





com  $G_k(x, y) = y_{k+1}$  para  $k = 1, \dots, n-1$ , e  $G_n(x, y) = F(x, y)$ .

*Exercício 4.1.* Faça as contas passo a passo e convença-se disso.

Formalmente, esse sistema é igual ao da equação (1), e sabemos como transformá-lo em uma EDO vetorial de primeira ordem, pondo  $v = (v_1, \dots, v_n)$ ,

$$G(x, y) = (y_2, \dots, y_n, F(x, y)),$$

e por fim  $v'(x) = G(x, v(x))$ . Lembrando que  $v(x) = (u(x), u'(x), \dots, u^{(n-1)}(x))$ , basta tomar a primeira componente da função vetorial  $v$ , essa será a solução da EDO de ordem  $n$  apresentada em (2).

É um fato muito conhecido que as soluções de EDOs de ordem  $n$  ficam univocamente definidas a menos de  $n$  constantes. Esse enunciado é aprendido desde os cursos iniciais da graduação, como Física I, em que todo aluno escuta que, para determinar completamente a trajetória de uma partícula (que obedece à equação de Newton, uma equação diferencial ordinária de segunda ordem), é necessário estabelecer duas constantes: a posição e a velocidade iniciais; não por acaso, trata-se do valor inicial tanto da solução propriamente dita da EDO quanto da sua primeira derivada.

À luz do que vimos acima, fica fácil entender rigorosamente tais afirmações. Uma EDO escalar de grau  $n$  equivale a uma EDO vetorial em dimensão  $n$  de primeira ordem, cuja solução fica inteiramente determinada (quando sua  $F$  característica é suficientemente regular, bem entendido) a menos de um dado inicial, que no caso vem a ser um vetor inicial de  $n$  componentes escalares. Estão aí as  $n$  constantes que fixam a solução da equação de ordem  $n$ ; do mais, já que as componentes da função vetorial que resolve a EDO em  $n$  dimensões, como vimos, são, nessa ordem: a solução da EDO original, mais suas derivadas de ordem inferior a  $n$ , fica claro do porquê dessas  $n$  constantes serem, em geral, os valores iniciais, respectivamente, da solução  $u$  e de suas derivadas de ordem até  $n-1$ .

Não obstante, às vezes é possível fixar a solução de uma equação diferencial, digamos de ordem 2, dando, por exemplo, valores para a solução em dois pontos diferentes, ao invés de especificar um dado inicial para a solução e outro para sua derivada. Resolva exercícios de oscilador harmônico e encontre exemplos do que estou dizendo.