

INTRODUÇÃO À RELATIVIDADE GERAL

Lista de Exercícios 5

Data de entrega: 10/12/09

1. Um relógio está numa órbita circular com $r = 10M$ na métrica de Schwarzschild.
 - (a) Qual o tempo medido pelo relógio durante uma órbita?
 - (b) Ele manda um sinal para um observador distante a cada órbita. Qual intervalo de tempo o observador distante mede entre dois sinais consecutivos?
2. Responda:
 - (a) Para um dado valor de \tilde{L} , qual o menor valor de \tilde{E} que permite a uma partícula com massa m atingir o horizonte de Schwarzschild?
 - (b) Expresse o resultado em termos do parâmetro de impacto b .
 - (c) Para um dado valor de b , qual o máximo valor de \tilde{L} que permite a uma partícula de massa m atingir o horizonte?
3. Considere a aproximação de campo fraco para o tensor métrico e as condições de gauge para uma onda gravitacional.
 - (a) Mostre que $h_{23} = A \sin \omega(t - x)$ e todos os outros $h_{\mu\nu} = 0$, com A e ω constantes e $|A| \ll 1$ é uma solução das equações de Einstein no vácuo com as condições de gauge para uma onda gravitacional.
 - (b) Mostre o mesmo para $h_{23} = A \sin \omega(t - x)$, $h_{00} = 2B(x - t)$, $h_{01} = -B(x - t)$, e todos os outros $h_{\mu\nu} = 0$.
 - (c) Mostre que o tensor de Riemann dos itens a) e b) são os mesmos
 - (d) Do item c) conclua que a geometria descrita nos itens a) e b) são as mesmas e que a diferença nas métricas é devida a uma transformação de coordenadas infinitesimal. Encontre ξ_μ tal que $h_{\mu\nu}(\textit{item a}) - h_{\mu\nu}(\textit{item b}) = -\xi_{\mu,\nu} - \xi_{\nu,\mu}$.
4. Levando-se em conta a constante cosmológica, a equação de Einstein para o Universo torna-se $(\dot{R}/R)^2 = -k/R^2 + 8\pi\rho/3 + \Lambda/3$. Faça uma análise análoga ao que foi feita para o universo de Robertson-Walker. Não se esqueça de levar em conta ambos os sinais de Λ .