# Roteiro para o relatório VI – Resfriamento

M. F. A. de Resende  Instituto de Física - USP

Data limite para a entrega: 11 de junho

**Resumo**

O objetivo desse trabalho é estudar o resfriamento de um líquido, e consequentemente estimar a constante de decaimento $\alpha$ relacionada ao experimento, assim como o tempo característico $\tau$ associado ao resfriamento.

## 1 Informações gerais

O relatório associado a esse experimento deve ser completo; ou seja, nele deve constar necessariamente:

(a) um resumo;

(b) secções com introdução, descrição experimental, dados obtidos, análise e discussão, e conclusão; e

(c) a bibliografia associada.

Não custa lembrar mais uma vez que todos os dados experimentais devem ser apresentados de maneira clara, através de tabelas enumeradas e legendadas.

**Atenção I :** Escrevam todos os dados experimentais de maneira correta, dando uma especial atenção ao número de algarismos significativos presentes nas incertezas a eles associadas. Lembrem-se que qualquer incerteza deve ser expressa com, no máximo, 2 desses algarismos.

## 2 Sobre a elaboração do relatório

Nesse trabalho devem ser apresentados dois gráficos: o primeiro deles feito em papel milimetrado, e o segundo construído no papel monolog. O real objetivo envolto na construção desses gráficos é:

(i) Avaliar se o modelo proposto para a previsão da queda de temperatura $\Delta T$, dado pela relação

$$\Delta T\,(t) = (T_0 - T_R)\, e^{-\alpha t} \quad , \tag{1}$$

é adequado ou não, sendo

- $t$ o parâmetro temporal,
- $T_0$ e $T_R$ as respectivas temperaturas inicial e ambiente, e
- $\alpha$ a constante de decaimento associada ao processo.

(ii) Calcular a constante de decaimento $\alpha = (\bar{\alpha} \pm \sigma_\alpha)$, assim como o tempo característico $\tau = (\bar{\tau} \pm \sigma_\tau)$ relacionado ao resfriamento. No caso, o relacionamento entre esses dois últimos dá-se por

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \quad . \tag{2}$$

**Atenção II :** Deve ficar claro, no corpo do texto, quais foram os motivos que levaram à construção desses dois gráficos.

### 2.1 Primeiro gráfico : papel milimetrado

A construção de todos os gráficos associados a esse trabalho faz-se através da plotagem dos pontos experimentais associados à queda de temperatura $\Delta T$ como função do tempo $t$.

No caso do gráfico confeccionado em papel milimetrado, a obtenção dos parâmetros $\alpha$ e $\tau$ suprarreferidos pode ser feita de uma maneira simples, haja vista que numa situação onde

$$\alpha\, t_c = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{t_c} \quad (\text{ ou } t_c = \tau \text{ conforme (2) }) \quad ,$$

a relação (1) recai a

$$\Delta T\,(t_c) = \frac{T_0 - T_R}{e} \quad .$$

Essa observação naturalmente implica que o instante $t_c$, em que o sistema sob resfriamento atinge a diferença de temperatura $\Delta T\,(t_c)$, pode ser identificado como uma primeira estimativa de $\tau_1 = (\bar{\tau}_1 \pm \sigma_{\tau_1})$, de onde também pode ser obtido um valor para $\alpha_1 = (\bar{\alpha}_1 \pm \sigma_{\alpha_1})$. Em particular, e nesse caso em específico, as incertezas associadas a esses dois parâmetros relacionam-se por

$$\sigma_{\alpha_1} = \left| \frac{1}{(\bar{\tau}_1)^2} \right| \sigma_{\tau_1} \quad .$$

### 2.2 Segundo gráfico : papel monolog

O objetivo da construção de qualquer gráfico associado a alguma função exponencial num papel monolog é linearizar todos os dados a ele pertinente. Dessa maneira, assumindo a validade de (1) para o experimento em pauta, os dados relacionados podem ser analisados segundo um ajuste linear, analogamente aos experimentos anteriores.

Como a escala do papel monolog utilizada foi concebida para respeitar a escala logarítmica na base $10$, essa linearização de (1) dar-se-á através de

$$\log\left[\Delta T\left(t\right)\right] = \log\left[\left(T_0 - T_R\right)e^{-\alpha t}\right] = \log\left(T_0 - T_R\right) + \log e^{-\alpha t} = \log\left(T_0 - T_R\right) - \alpha\, t \log e \quad . \qquad (3)$$

Assim, denotando por

$$f\left(t\right) = \log\left[\Delta T\left(t\right)\right] \quad , \quad b = \log\left(T_0 - T_R\right) \quad , \quad \text{e} \quad k = \alpha \log e \quad ,$$

a relação (3) pode ser identificada como uma reta, dado que ela torna-se

$$f\left(t\right) = -kt + b \quad .$$

Ou seja, sendo válida a modelagem do experimento por (1), será nítida uma tendência linear entre os dados experimentais.

#### 2.2.1 Uma observação prática e pertinente

Entretanto, uma das propriedades envolvidas com logaritmos, que traz

$$\log_{\,x} y = \frac{\log_{\,z} y}{\log_{\,z} x} \quad ,$$

permite desdobrar a mesma igualdade (3) em

$$\frac{\log\left[\Delta T\left(t\right)\right]}{\log e} = \frac{\log\left(T_0 - T_R\right)}{\log e} - \alpha\, t \quad \Rightarrow \quad \ln\left[\Delta T\left(t\right)\right] = \ln\left(T_0 - T_R\right) - \alpha\, t \quad . \qquad (4)$$

Essa observação em particular, além de ainda mostrar um mesmo relacionamento linear, haja vista que

$$g\left(t\right) = \ln\left[\Delta T\left(t\right)\right] \quad \text{e} \quad d = \log\left(T_0 - T_R\right) \qquad (5)$$

quando substituídos em (4) remontam a

$$g\,(t) = -\alpha\, t + d \quad ,$$

também mostra que, apesar da escala gráfica logarítmica respeitar essa base $10$, pode-se trabalhar diretamente com logaritmos neperianos em todos os cálculos envoltos para a estimativa coeficiente angular que, por sua vez, dentro dessa situação interpretada por (5), torna-se diretamente a segunda estimativa para constante de decaímento $\alpha_2 = (\bar{\alpha}_2 \pm \sigma_{\alpha_2})$ procurada. Com efeito, também torna-se possível fazer uma segunda estimativa para o tempo característico de decaimento $\tau_2 = (\bar{\tau}_2 \pm \sigma_{\tau_2})$, de acordo com (2) e

$$\sigma_{\tau_2} = \left| \frac{1}{(\bar{\alpha}_2)^2} \right| \sigma_{\alpha_2} \quad .$$

**Atenção III :** Como as duas construções gráficas permitem fazer

- duas estimativas para a constante de decaimento $\alpha$, e
- duas estimativas para o tempo característicos de decaimento $\tau$,

no relatório deve obrigatoriamente constar um confronto entre esses dados, para avaliar a compatibilidade desses resultados. Para isso a sugestão que fica é fazer valer o "teste Z".

## 3 Pontuação bônus

Existe uma questão extremamente simples na página $120$ da apostila do nosso curso. Embora não seja obrigatória a sua resolução, aqueles que a apresentarem junto ao relatório, como um Apêndice, terão uma pontuação extra.

Supondo que a resolução dessa questão esteja correta, a pontuação consistirá em

- acrescer $1$ (um) ponto à nota final do relatório, se a nota original desse estiver entre $0$ (zero) e $9$ (nove), ou
- arredondar a nota original para $10$ (dez), caso contrário.

# 4 Coisas eventualmente úteis

## 4.1 Sobre a compatibilidade de dados

TESTE Z : Supondo que os valores experimentais resumidos em $x_1 = (\bar{x}_1 \pm \sigma_1)$ e $x_2 = (\bar{x}_2 \pm \sigma_2)$ seguem uma distribuição normal, diremos que eles são compatíveis se

$$Z = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{(\sigma_1)^2 + (\sigma_2)^2}} \lesssim 3 \quad .$$