Atividade-Extra I- FAP 0152

Turma do IME - Profa. Maria Fernanda

Data de entrega: 21 de maio de 2010

Parte I

1. Escreva algumas linhas dizendo o que vocês entendem por uma medida e o valor verdadeiro de uma grandeza de interesse físico. Dentre todas essas grandezas, existem aquelas que não são mensuráveis de maneira direta? Se sim, dê, no mínimo, um exemplo.

2. O quê são os algarismos significativos de uma medida física, seja ela direta ou indireta? Existe alguma relação entre eles e a incerteza associada a uma medição qualquer? Se sim, qual?

Parte II

Tomemos como objeto de nosso estudo um pêndulo simples; ou seja, aquele que é constituído por um objeto de massa m não nula, suspenso por um fio inextensível, cujo comprimento é L, que se prende na extremidade oposta àquela que está fixa a massa.

Supondo que, na movimentação do objeto, as únicas forças que atuam sobre ele são as forças peso, devido à ação da gravidade, e a de tração, devido ao fio, a equação que descreve o movimento do objeto de massa m é dada por

$$m\frac{d^2\theta}{dt^2} + m\frac{g}{L} sen\ \theta = 0 \quad ,$$

onde $\theta = \theta\,(t)$ é a função que representa o ângulo existente entre o fio e um vetor normal à superfície ao longo de toda essa movimentação.

Considerando que todo esse movimento ocorra de tal forma que a oscilações sejam pequenas, podemos assumir que $sen\ \theta \sim \theta$, o quê faz com a equação de movimento seja "reescrita" por

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad , \tag{1}$$

onde aqui foi adotado $\omega^2 = \frac{g}{L}$.

1. Dado que a equação diferencial associada ao pêndulo simples é homogênea, encontre a equação característica à ela associada. Quais são as suas raízes?

2. Considerando que r_1 e r_2 são as raízes da equação caracteristica em questão, mostre que $\phi_1(t) = e^{r_1 t}$ e $\phi_2(t) = e^{r_2 t}$ são duas soluções da equação diferencial associada ao pêndulo simples. Em particular, mostre adicionalmente que $\phi(t) = ae^{r_1 t} + be^{r_2 t}$ é uma solução da mesma equação, onde a e b são duas constantes arbitrárias.

3. Tendo em vista que $e^{\pm irt} = \cos(rt) \pm isen(rt)$, reescreva $\phi(t)$ em termos das funções seno e cosseno, mostrando que $\phi(t) = A\cos(\omega t) + Bsen(\omega t)$ também é solução da equação diferencial (1), onde A e B são duas constantes.

4. Do fato de que as funções $sen\ x$ e $\cos x$ têm perído igual a $2\pi n$, onde $n \in \mathbb{N}$, prove que o período de $\phi(t)$ é

$$T_n = \frac{2\pi n}{\omega} = 2\pi n\sqrt{\frac{L}{g}} \quad .$$

No caso $T = T_1$ é o que chamamos de período fundamental do pêndulo simples.