Oscilação de Neutrinos - Um Pouco de Teoria

Maria Fernanda Araújo de Resende

Instituto de Física - USP

Junho de 2011

O que é um neutrino? (Boa Pergunta)

- proposto por Pauli, nomeado por Fermi
- fiel escudeiro dos léptons carregados
- produzido apenas em interações fracas

Famílias Conhecidas

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

Produzidos

- em fusões nucleares nas estrelas $\rightarrow$ neutrinos solares
- pela incidência de raios cósmicos na atmosfera
  $\rightarrow$ neutrinos atmosféricos

Suposição:

Léptons μ e τ **não** são produzidos no interior do Sol
Não existe energia suficiente para isso!
Logo apenas ν_e são produzidos

O **MSP** prevê o espectro de ν_e
Ou seja, temos o fluxo destes em função da energia

O grande conflito existencial neutrinístico

$$\phi_{exp}/\phi_{teo} < 1 \quad , \quad (\text{ detectores de } \nu_e \ )$$

Então

- o MSP está errado, ou
- algo acontece com ν_e no caminho

Supondo que o MSP não está errado...

Bruno Pontecorvo sugeriu que:

Proposta I: (Inspirada em $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$)

Experimentos não detectam antineutrinos
Logo $\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ traria redução do fluxo

Após a descoberta dos outros dois neutrinos...

Proposta II: $\nu_e \leftrightarrow \nu_\alpha$, onde $\alpha = e, \mu, \tau$

Ainda é análogo ao $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ (quarks)

A proposta II sobreviveu → compatível com experimentos

Oscilação $\rightarrow$ dependência periódica na solução

$\nu_\alpha \leftrightarrow \nu_\beta$, onde $\alpha, \beta = e, \mu, \tau, \ldots$

Se um tipo de neutrino é produzido, a probabilidade de detectar qualquer outro sabor não é nula

Como dá-se a solução?

A Grande Sacada:

- o neutrino define-se num ambiente com base ortonormal de sabor $\{|\nu_\alpha\rangle : \alpha = e, \mu, \tau, \ldots\}$
- esta base não é única
  $\rightarrow$ existe um isomorfismo levando a base $\{|\nu_j\rangle : j \in \mathbb{N}\}$

Ou seja, tratam-se de dois ambientes **equivalentes**, mas...

O que é a nova base?

Cada $|\nu_j\rangle$ satisfaz a

$$H|\nu_j\rangle = E_j|\nu_j\rangle$$

onde $E_j = \sqrt{(\vec{p})^2 + m_j^2} \quad \rightarrow \quad$ Sim: m_j é **massa**!!!

Equação de Schrödinger

$$i\frac{d}{dt}|\nu_j(t)\rangle = H|\nu_j(t)\rangle \quad \Rightarrow \quad |\nu_j(t)\rangle = e^{-iE_j t}|\nu_j\rangle$$

Bases de sabor e massa são tais que

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_j U^*_{\alpha j}|\nu_j\rangle \quad \Leftrightarrow \quad |\nu_j\rangle = \sum_\alpha U_{j\alpha}|\nu_\alpha\rangle \qquad \left(U^\dagger U = \mathbb{1}\right)$$

$U \quad \rightarrow \quad$ Matriz de Mistura

As massas devem ser pequenas → Superposição Coerente

U é quadrada? A priori sim.

Porém

- não temos acesso experimental aos neutrinos massivos
- como conhecemos 3 sabores $\rightarrow$ $j \geqslant 3$

Logo a base de sabor deve ser completada com neutrinos estéreis

Neutrinos estéreis:

- não participam de interações fracas
- interagem apenas
  - gravitacionalmente, ou
  - por maneiras que não competem ao Modelo Padrão

Mais informações sobre U

- é necessariamente **unitária** $\rightarrow$ normalização da probabilidade
- não existe uma determinação teórica dos elementos

Sobre os elementos...

- candidatas as teorias de unificação tentam determiná-los por príncipios básicos $\rightarrow$ simetrias de calibre

Problema enraizado com questões mais fundamentais:
É preciso entender o que é uma partícula, logo um neutrino...
E isso vai além do Modelo Padrão

Há apenas o indicativo:

- neutrinos projetam-se geometricamente sobre um ambiente massivo, mas...
- não sabemos especificamente como dá-se a projeção

Tomemos as bases

$$\{|\nu_\alpha\rangle, |\nu_\beta\rangle\} \qquad \text{(de sabor)}$$
$$\{|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle\} \qquad \text{(de massa)} \ , \ \text{e}$$

a Matriz Unitária

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad U^\dagger = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$\theta \quad \rightarrow \quad$ Ângulo de Mistura $\quad \rightarrow \quad$ tal que $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/2$

Não temos acesso experimental aos neutrinos massivos, então...

Usando

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} \quad ,$$

a equação de Schrödinger torna-se

$$i\frac{d}{dt}|\nu_\alpha(t)\rangle = H_S|\nu_\alpha(t)\rangle$$

onde

$$\begin{aligned} H_S \equiv UHU^\dagger &= \begin{pmatrix} E_1\cos^2\theta + E_2\sin^2\theta & (E_2 - E_1)\sin\theta\cos\theta \\ (E_2 - E_1)\sin\theta\cos\theta & E_1\sin^2\theta + E_2\cos^2\theta \end{pmatrix} \\ &= \frac{(E_1 + E_2)}{2}\mathbb{1} + \frac{(E_2 - E_1)}{2}(\sigma_1\sin 2\theta - \sigma_3\cos 2\theta) \end{aligned}$$

Assim...

Supondo que $|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$, temos

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = e^{-i\frac{E_1+E_2}{2}t}\times$$
$$\times \quad \left\{\left[\cos\left(\frac{\Delta E}{2}t\right) + i\cos\theta\sin\left(\frac{\Delta E}{2}t\right)\right]|\nu_\alpha\rangle - i\sin\theta\sin\left(\frac{\Delta E}{2}t\right)|\nu_\beta\rangle\right\}$$

onde $\Delta E = E_2 - E_1$

Particularidades

- $E_1 = E_2 \quad$ ou $\quad \theta = \pi/4 \quad \rightarrow \quad H_S$ é diagonal
- $\theta = 0 \quad$ traz

$$\begin{aligned}|\nu_\alpha(t)\rangle &= e^{-i\frac{E_1+E_2}{2}t}\left[\cos\left(\frac{\Delta E}{2}t\right) + i\sin\left(\frac{\Delta E}{2}t\right)\right]|\nu_\alpha\rangle \\ &= e^{-i\frac{E_1+E_2}{2}t}\, e^{i\frac{E_2-E_1}{2}t}\,|\nu_\alpha\rangle \\ &= e^{-iE_1 t}\,|\nu_\alpha\rangle\end{aligned}$$

Logo não há oscilações!

De acordo com o resultado, temos

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta}(t) &= \left|\langle \nu_\beta \,|\, \nu_\alpha(t)\rangle\right|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta E}{2} t\right) \\ P_{\nu_\alpha \to \nu_\alpha}(t) &= \left|\langle \nu_\alpha \,|\, \nu_\alpha(t)\rangle\right|^2 = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta E}{2} t\right) \end{aligned}$$

Tratam-se de resultados periódicos $\quad \rightarrow \quad T = 2\pi/\Delta E$

Velocidade de um neutrino $\approx c$

$\rightarrow L = T = 2\pi/\Delta E \quad \rightarrow \quad$ comprimento de oscilação

Pelas autoenergias

$$E_j = \sqrt{(\vec{p})^2 + m_j^2} \quad \Rightarrow \quad (\vec{p})^2 = E_j^2 - m_j^2$$

Experimentos permitem-nos fazer $\quad m_j / E_j \ll 1 \quad$, $\quad$ logo

$$\begin{aligned} p \quad &= \quad |\vec{p}| = E_j \sqrt{1 - \left(\frac{m_j}{E_j}\right)^2} \approx E_j \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{m_j}{E_j}\right)^2\right] \\ &\Rightarrow \quad E_j = p + \frac{m_j^2}{2E_j} \quad \leftarrow \quad \text{válido, porém estranho} \end{aligned}$$

Trabalhamos com um feixe de neutrinos → Energia E

$$E_j = p + \frac{m_j^2}{2E}$$

Então

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{\Delta m^2_{21}}{2E}$$

onde $\Delta m^2_{21} = m^2_2 - m^2_1$, permitindo reexpressar

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta}(x, E) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{21}}{4E} x\right)$$

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_\alpha}(x, E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2_{21}}{4E} x\right)$$

Moral da História

- há oscilação, existe diferença de massa
- neutrinos massivos não garantem oscilação
- oscilações trazem informações apenas de Δm^2_{kj}

Com as bases $\{|\nu_\alpha\rangle : \alpha = e, \mu, \tau, \ldots\}$, $\{|\nu_j\rangle : j \in \mathbb{N}\}$, temos

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_\beta \left(\sum_j U^*_{\alpha j} e^{-iE_j t} U_{\beta j} \right) |\nu_\beta\rangle$$

para $|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$, e

$$P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta}(x, E) = \sum_{j,k} U^*_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U^*_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} x \right)$$

Peculiaridade → **Caso do Antineutrino**

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_j U_{\alpha j} |\bar{\nu}_j\rangle$$

$$P_{\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta}(x, E) = \sum_{j,k} U_{\alpha k} U^*_{\beta k} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m^2_{kj}}{2E} x \right)$$

No Modelo Padrão

- neutrinos têm massa nula e são de mão esquerda
- neutrinos de mão direita enquadram-se como **estéreis**
  - interagem apenas gravitacionalmente
  - têm hipercarga nula
  - são singletos do $SU(3)_C \times SU(2)_L$

Neutrinos massivos $\rightarrow$ Física além do Modelo Padrão

Possibilidade I
Neutrinos de Dirac $\rightarrow$ Inserir neutrinos de mão direita

- não existe um número mínimo
- restaura a simetria entre os setores dos quarks e léptons
- massas geradas por mecanismo de Higgs

Possibilidade II
Modelo Padrão contêm todas as partículas $\rightarrow$ Neutrinos de Majorana
Trabalha com conjugação de carga

Detalhe técnico das oscilações:

- são livres das fases de Majorana da matriz de mistura

Não existe distinção entre neutrinos de Dirac e de Majorana

Existem outras possibilidades:

- ampliar o setor de Higgs
- neutrinos de Dirac $+$ neutrinos de Majorana
- etc.

Considerando as transformações CPT, CP e T, observa-se

$$
\begin{aligned}
CP &: \quad \nu_\alpha \quad \leftrightarrow \quad \bar{\nu}_\alpha \\
&: \quad \nu_\alpha \to \nu_\beta \quad \leftrightarrow \quad \bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta \\
\\
T &: \quad \nu_\alpha \to \nu_\beta \quad \leftrightarrow \quad \nu_\beta \to \nu_\alpha \\
&: \quad \bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_\beta \quad \leftrightarrow \quad \bar{\nu}_\beta \to \bar{\nu}_\alpha \\
\\
CPT &: \quad \nu_\alpha \to \nu_\beta \quad \leftrightarrow \quad \bar{\nu}_\beta \to \bar{\nu}_\alpha
\end{aligned}
$$

Supõe-se que *CPT* é uma simetria de teorias locais

Logo $P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} = P_{\bar{\nu}_\beta \to \bar{\nu}_\alpha}$

Porém pode ser algo aproximado

$$A^{CPT}_{\alpha\beta} = P_{\nu_\alpha \to \nu_\beta} - P_{\bar{\nu}_\beta \to \bar{\nu}_\alpha}$$

Oscilações podem responder isso $\rightarrow$ caso $A^{CPT}_{\alpha\beta} \neq 0$

BIBLIOGRAFIA

[1] C. Giunti, C. W. Kim: *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, New York 2007)

[2] G. A. Valdiviesso: *Introdução à Fenomenologia da Oscilação de Neutrinos, no Vácuo e na Matéria* (Dissertação de Mestrado Unicamp, Campinas 2004)