4310277 – Física IV para Química

Terceira lista de exercícios

1. Considere uma onda representada pela equação $y\,(x,t) \;=\; 0,20 \sin\left(0,40\pi x - 60t\right)$, onde todas as distâncias envolvidas para com ela são medidas em centímetros (cm), enquanto as medições temporais são expressas em segundos (s). Nestes termos, qual é

(a) a sua amplitude?

(b) a sua frequência?

(c) o seu comprimento de onda?

(d) a velocidade associada à sua propagação?

(e) o seu deslocamento, quando temos $x = 5,5$ cm e $t = 0,02$ s simultaneamente?

Aliás, é possível afirmar que $y\,(x,t)$ é uma onda

☐ progressiva para a direita? ☐ progressiva para a esquerda?

☐ harmônica? ☐ estacionária? ☐ monocromática?

☐ longitudinal? ☐ transversal? ☐ tridimensional?

Justifique as suas respostas.

2. Seja um sistema formado pela superposição de duas ondas progressivas

$$y_1\,(x,t) = A\cos\left(kx - \omega t\right) \quad \text{e} \quad y_2\,(x,t) = A\cos\left(kx + \omega t\right)$$

(a) Utilizando a identidade trigonométrica

$$\cos\left(a \pm b\right) \;=\; \cos a \cdot \cos b \;\mp\; \sin a \cdot \sin b \quad , \tag{1}$$

onde a e b são duas variáveis reais, prove que

$$y\,(x,t) \;=\; y_1\,(x,t) + y_2\,(x,t) \;=\; 2A\cos\left(kx\right)\cos\left(\omega t\right) \quad . \tag{2}$$

(b) Podemos dizer que o resultado (2) é tal que $y\,(x,t) \;=\; f(x - vt)$, onde v é a velocidade de propagação da onda resultante como um todo? Que tipo de onda a igualdade (2) representa?

3. Tomemos, agora, uma situação onde temos duas ondas progressivas

$$y_1(x,t) = A\sin(kx - \omega t) \quad \text{e} \quad y_2(x,t) = A\sin(kx + \omega t) \quad .$$

(a) Seguindo os mesmos trâmites do exercício anterior, e lembrando que

$$\sin(a \pm b) \;=\; \sin a \cdot \cos b \;\pm\; \sin b \cdot \cos a \quad , \tag{3}$$

é uma relação válida para quaisquer a e b reais, mostre que

$$y(x,t) \;=\; y_1(x,t) + y_2(x,t) \;=\; 2A\sin(kx)\cos(\omega t) \quad . \tag{4}$$

Trata-se de uma onda com as mesmas características que a onda representada pela igualdade (2) do exercício anterior? Por quê?

(b) Aliás, com base no resultado do item anterior, se tivéssemos duas ondas progressivas, dadas especificamente por

$$y_3(x,t) = 15\sin(3\pi t - 5x) \quad \text{e} \quad y_4(x,t) = 15\sin(3\pi t + 5x) \quad ,$$

onde todas as distâncias envolvidas para com elas são medidas em centímetros (cm), enquanto as medições temporais são expressas em segundos (s), qual seria o valor da amplitude da onda $y(x,t) \;=\; y_3(x,t) + y_4(x,t)$ na posição $x = 21$ cm?

4. Conforme está bem posto na literatura, ao tomarmos duas ondas progressivas

$$y_1(x,t) = A_1\cos(kx - \omega t + \phi_1) \quad \text{e} \quad y_2(x,t) = A_2\cos(kx - \omega t + \phi_2) \tag{5}$$

evoluindo com a mesma frequência ω, porém com amplitudes A_1 e A_2 arbitrárias, é possível mostrar que a onda resultante $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ expressar-se-á como

$$y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \phi) \quad , \quad \text{onde} \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1) \quad .$$

(a) Diante de tais observações, especialmente da expressão dada para amplitude resultante A, quais são os valores de $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ que fazem com que as ondas presentes em (5) se interfiram: (i) *construtivamente*; e (ii) *destrutivamente*?

(b) Num caso particular, onde as amplitudes A_1 e A_2 são iguais, como fica a situação das interferências construtiva e destrutiva relacionadas a onda resultante $y(x,t)$?

(c) Se tivéssemos uma situação onde as amplitudes A_1 e A_2 são tais que $A_2 = 3A_1$, qual seria a relação entre as intensidades I_1 e I_2 das respectivas ondas $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$, e qual seria a intensidade I da onda resultante $y(x,t)$ em que haveria uma interferência construtiva: (i) *máxima*; e (ii) *mínima*? (Dica: expresse I em função de I_1.)

5. Considere uma situação onde temos duas ondas sonoras as quais, para um observador parado em $x = 0$ cm, podem ser representadas como

$$y_1(0,t) = 3\cos(876\pi t) \quad \text{e} \quad y_2(0,t) = 3\cos(884\pi t) \quad ,$$

onde todas as distâncias envolvidas para com elas são medidas em centímetros (cm), enquanto as medições temporais são expressas em segundos (s).

(a) De acordo com estas expressões, quais são: (i) as amplitudes destas duas ondas; e (ii) as suas frequências f_1 e f_2?

(b) Lembrando que, para duas variáveis reais a e b, é válido que

$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \quad ,$$

encontre uma expressão para a superposição $y(0,t) = y_1(0,t) + y_2(0,t)$.

(c) Por efeito do resultado obtido no item anterior: (i) qual é o valor da amplitude associada a onda resultante; e (ii) com qual frequência f ela propaga-se?

(d) Aliás, olhando para a expressão da amplitude resultante, é possível afirmar que ela varia com o tempo? Se sim, quais são as características desta variação: existe alguma frequência a ela associada, por exemplo?

6. Suponha que uma onda de compressão inicia-se numa barra de ferro, com uma frequencia $f = 250$ s^{-1}, e é comunicada desta barra ao ar. Considerando que, na barra, a velocidade desta onda é $v_b = 1,6 \times 10^4$ cm/s enquanto, no ar, ela propaga-se a $v_a = 1,1 \times 10^3$ cm/s, encontre o comprimento de onda em cada um dos meios.

7. Sabemos que, em condições normais de temperatura e pressão, por exemplo, a velocidade de uma onda de compressão propagando-se no ar é $v = 330$ m/s. Desta maneira, admitindo que a densidade do ar é $\rho = 1,29$ kg/m^3, se tivermos uma fonte puntual que opera com uma frequência de 600 s^{-1}, e irradia energia de maneira uniforme, em todas as direções, com uma taxa de 5 W:

(a) Qual a intensidade da onda sentida por um observador posto a 20 m da fonte?

(b) Aliás, qual é a amplitude da onda relacionada a esta mesma posição?