

4302212 – Física IV

Nona lista de exercícios

1. Seja o arranjo que consta na Figura 1, onde temos N osciladores, todos igualmente espaçados por uma distância d , gerando ondas eletromagnéticas esféricas e coerentes sem diferença de fase: ou seja, todas as ondas que são produzidas por esses osciladores possuem o mesmo ângulo inicial.

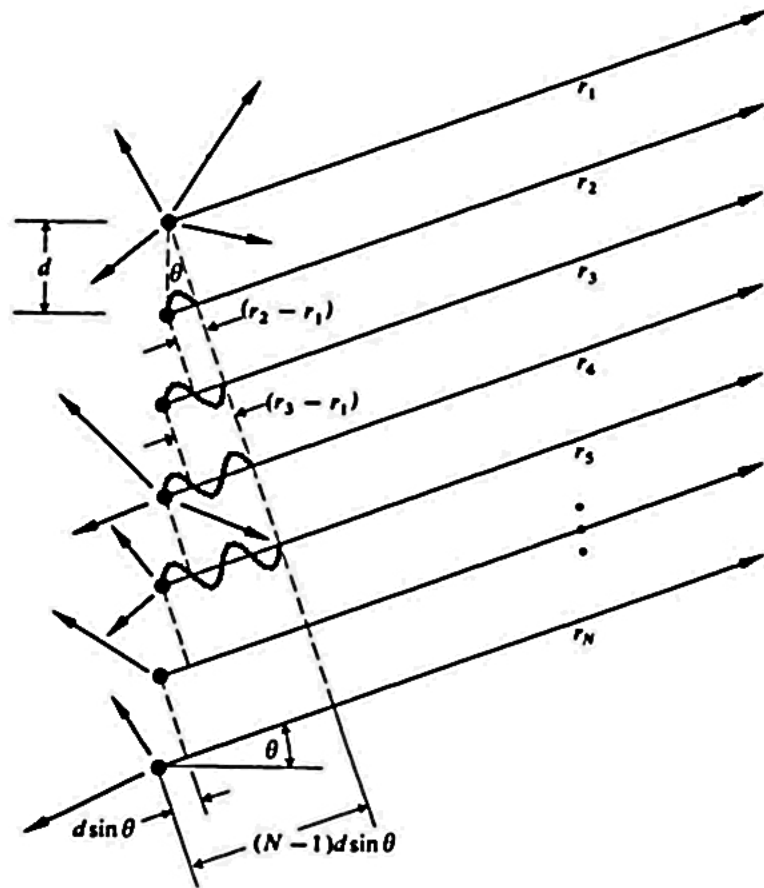


Figura 1

Quando consideramos que a extensão espacial deste arranjo é bem pequena, ainda mais quando comparada com a distância que existe entre ele e um anteparo onde consta um ponto P , é possível assumir que os raios presentes na figura são quase

paralelos e que o campo elétrico total em P é dado pela parte real de

$$\tilde{E} = E_0(r) \sum e^{i(kr_j - \omega t)}. \quad (1)$$

(a) Mostre que o somatório (1) pode ser reescrito como

$$\tilde{E} = E_0(r) e^{i(kR - \omega t)} \cdot \frac{\sin(N\delta/2)}{\sin(\delta/2)},$$

onde $\delta = k(r_2 - r_1)$ e R é a distância entre o ponto central da linha dos osciladores e P .

(b) Calcule a intensidade que está relacionada ao padrão de interferência em P e, levando em conta que $\delta = kd \sin \theta$, determine as condições para que máximos de interferência ocorram neste ponto. Dica: use a regra de L'Hospital.

(c) Mostre que, quando $N = 2$, o resultado da intensidade obtida no item (b) se reduz a

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right).$$

2. A difração de Fraunhofer é aquela que idealmente obtemos quando alocamos um anteparo a uma distância infinita de uma fenda, uma vez que a figura de difração assim obtida não guarda qualquer semelhança com o formato da fenda que a gerou. Porém, como distâncias infinitas são impossíveis de serem obtidas na prática de um laboratório, o que normalmente é feito para se obter esse tipo de difração é usar, como fonte de luz, um feixe de ondas planas com um ângulo de divergência bem pequeno e/ou colocando uma lente convergente entre a fenda e o anteparo. Isso é o que, por exemplo, ilustra a Figura 2, onde temos ondas secundárias convergindo para um ponto P , todas com fases distintas.

Considere que cada porção infinitesimal ds da fenda é responsável pela produção de

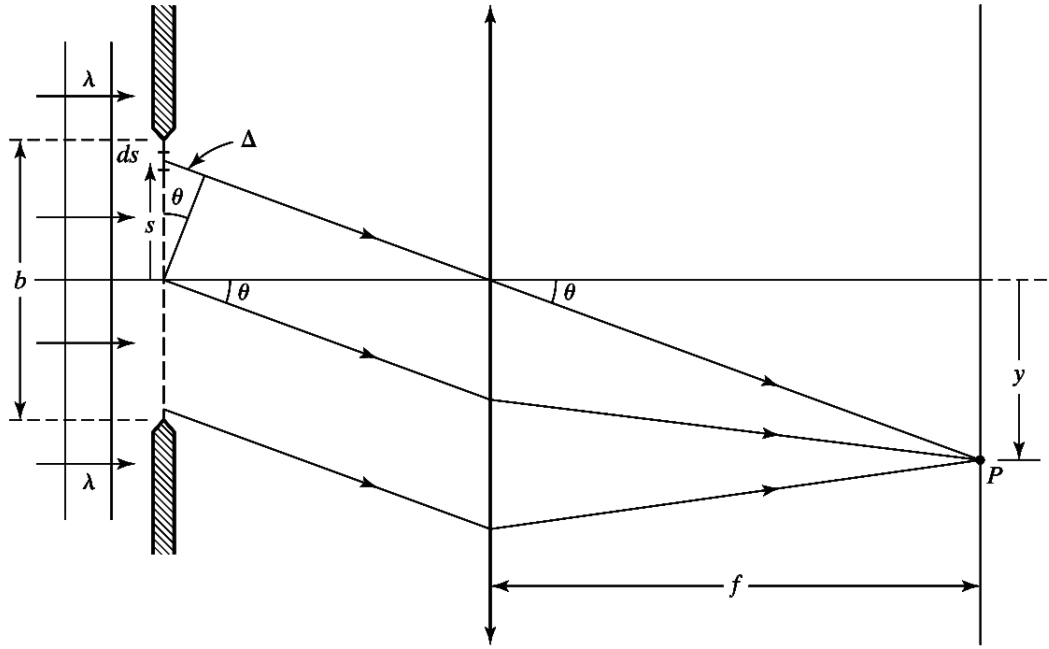


Figura 2

um campo elétrico, também infinitesimal, que é dado pela parte real de

$$d\tilde{E}_P = \frac{E_0}{r_0 + \Delta} e^{i[k(r_0 + \Delta) - \omega t]} ds \approx \frac{E_0}{r_0} e^{ik(r_0 - \omega t)} e^{ik\Delta} ds, \quad (2)$$

onde r_0 é o caminho óptico percorrido pela onda secundária que emana do ponto $s = 0$:

- (a) Expresse a distância Δ em função dos parâmetros s e θ que aparecem na Figura 2, e substitua o que você obteve em (2).
- (b) Integre o resultado que você obteve no item (a) e obtenha o valor do campo elétrico total \tilde{E}_P que está associado ao ponto P . Mostre que

$$\tilde{E}_P = \frac{E_0}{r_0} \frac{\sin \beta}{\beta} e^{ik(r_0 - \omega t)}, \quad (3)$$

onde $\beta = (kb/2) \sin \theta$.

- (c) Calcule a intensidade que está relacionada ao padrão de difração em P e determine as condições para que máximos de intensidade ocorram neste ponto.

Dica: use a regra de L'Hospital.

3. O padrão de difração de uma frente de onda plana que é obstruída em todos os lugares, exceto por duas fendas estreitas, é calculado da mesma forma que para uma fenda única. Ou seja, para obtê-lo, basta integrar o mesmo resultado que você obteve no item **(a)** do Exercício 2, levando em conta os novos limites de integração que atendem a situação descrita na Figura X, o que dá

$$\tilde{E}_P = \frac{E_0}{r_0} e^{ik(r_0 - \omega t)} \int_{-(a+b)/2}^{-(a-b)/2} e^{isk \sin \theta} ds + \frac{E_0}{r_0} e^{ik(r_0 - \omega t)} \int_{(a-b)/2}^{(a+b)/2} e^{isk \sin \theta} ds .$$

- (a)** Considerando, em algum momento, que $\alpha = (ka/2) \sin \theta$ e $\beta = (kb/2) \sin \theta$, resolva essa integral e mostre que

$$\tilde{E}_P = \frac{E_0}{r_0} \frac{2b \sin \beta}{\beta} \cos \alpha . \quad (4)$$

- (b)** Calcule a intensidade que está relacionada ao padrão de difração em P e determine as condições para que máximos de intensidade ocorram neste ponto. Determine também as condições para que mínimos de difração ocorram em P .
- (c)** Uma vez que as condições para os máximos de intensidade e os mínimos de difração são obtidas independentemente uma da outra, obtenha a relação que existe entre a e b quando essas duas condições são satisfeitas para um mesmo ponto.
- (d)** Diante do resultado que você obteve no item **(d)**, como você pode recuperar o resultado que descreve o experimento de Young.