4302212 – Física IV

Quinta lista de exercícios

1. Seja uma onda plana monocromática se propagando pelo vácuo com um campo elétrico é

$$\vec{E} = E_0 \cos\left[k\left(z - ct\right) + \delta\right]\hat{x} = E_0 \cos\left(kz - \omega t + \delta\right)\hat{x}\ .$$

(a) Qual é o significado físico de cada um dos fatores que compõem a expressão deste campo elétrico?

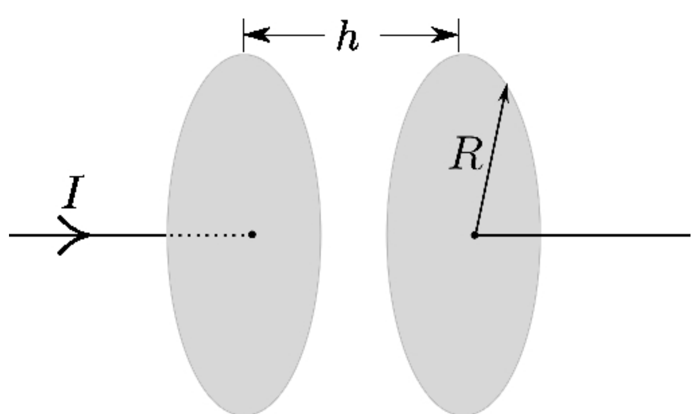
(b) Qual é o período e o comprimento desta onda? Aliás, quais são os seus significados físicos e como eles se relacionam para com a velocidade da luz?

(c) Qual é o campo magnético $\vec{B}$ correspondente?

(d) Qual é a direção de propagação e o vetor de Poynting $\vec{S}$ desta onda?

(e) Quais são a média temporal de $\vec{S}$ sobre um único período e o valor da intensidade desta onda eletromagnética? Aliás, estes dois resultados mudariam se, ao invés de um único período, você considerasse $n > 1$ períodos? Por quê?

2. Considere um capacitor cujas placas paralelas podem ser identificados com dois círculos de raio R que estão separados por uma distância $h \ll R$.



(a) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$ que está relacionado à situação de carregamento do capacitor e discuta o seu significado.

(b) Mostre, através de uma integral de superfície de $\vec{S}$, que a taxa da energia que está sendo acumulada no capacitor é igual a taxa de energia eletrostática que está sendo armazenada no campo $\vec{E}$.

3. Considere que um fio condutor cilíndrico muito longo, que possui raio R e condutividade σ, transporta uma corrente constante de densidade $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ que está uniformemente distribuída sobre uma secção transversal.

(a) Calcule o campo magnético $\vec{B}$ e o vetor de Poynting $\vec{S}$ na superfície do fio.

(b) Mostre, calculando uma integral de superfície de $\vec{S}$, que o fluxo de $\vec{S}$ através da superfície é igual a energia dissipada em calor, devido ao efeito Joule, por unidade de tempo.

4. Considere as duas soluções das equações de Maxwell no vácuo que são dadas por

$$\vec{E}_1(z,t) = E_1 \exp\left[-\frac{(z-ct)^2}{b^2}\right]\hat{x} \quad \text{e} \quad \vec{B}_1(z,t) = \frac{E_1}{c}\exp\left[-\frac{(z-ct)^2}{b^2}\right]\hat{y}\ , \quad \text{e}$$
$$\vec{E}_2(z,t) = E_2 \exp\left[-\frac{(z+ct)^2}{b^2}\right]\hat{x} \quad \text{e} \quad \vec{B}_2(z,t) = \frac{E_2}{c}\exp\left[-\frac{(z+ct)^2}{b^2}\right]\hat{y}\ .$$

Elas representam dois pulsos gaussianos de largura b que se propagam na direção z em sentidos opostos.

(a) Calcule a densidade de energia eletromagnética $u(z,t)$ e o vetor de Poynting $\vec{S}(z,t)$ que corresponde à soma

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_1(z,t) + \vec{E}_2(z,t) \quad \text{e} \quad \vec{B}(z,t) = \vec{B}_1(z,t) + \vec{B}_2(z,t)$$

dessas duas soluções

(b) Mostre que, para um instante $t \ll -b/c$, tanto $u\,(z,t)$ como $\vec{S}\,(z,t)$ se concentram em duas regiões distintas do espaço que se movem uma em direção à outra.

(c) Descreva o que acontece com $u\,(z,t)$ e $\vec{S}\,(z,t)$ quando $t = 0$. Aliás, o que acontece, neste mesmo caso, se $E_1 = E_2$?

(d) É possível obter as mesmas conclusões dos itens **(b)** e/ou **(c)** quando $t \gg b/c$? Por quê?

5. Suponha que uma lâmpada de $100\ \mathrm{W}$ emite toda a sua energia em forma de luz (ou seja, despreze todas as outras possíveis perdas energéticas) uniformemente em todas as direções. Estime os valores médios quadráticos de $\left|\vec{E}\right|$ e $\left|\vec{B}\right|$ a uma distância de $1\ \mathrm{m}$ da lâmpada.

6. A constante solar (ou seja, a intensidade de radiação solar que atinge a atmosfera da Terra) vale $2\ \mathrm{cal/cm^2}$ por minuto.

(a) Quais são os valores de $\left|\vec{E}\right|$ e $\left|\vec{B}\right|$ correspondentes?

(b) Considerando que o raio do Sol é $6,9 \times 10^8\ \mathrm{m}$, e que a distância média entre a Terra e o Sol é de $1,5 \times 10^{11}\ \mathrm{m}$, qual é a intensidade da radiação na superfície do Sol quando supomos que a emissão é isotrópica e desprezamos perdas?