4302212 – Física IV

Quarta lista de exercícios

1. Considere que uma espira circular, com raio a, auto-indutância L e resistência R, gire em torno do eixo z, conforme ilustra a Figura 1, com uma velocidade uma angular constante ω na presença de num campo magnético $\vec{B}$ uniforme.

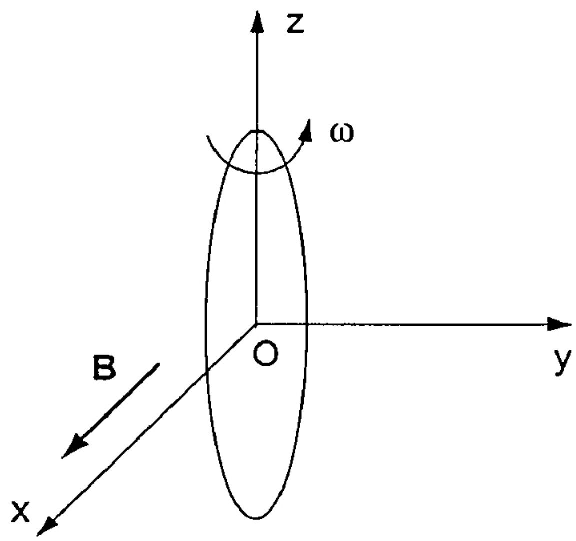

Figura 1

(a) Calcule a força eletromotriz $\mathcal{E}$ bem como a corrente induzida na espira num regime estacionário (ou seja, após um período muito longo).

(b) Calcule o momento de dipolo magnético $\vec{m}$ correspondente.

(c) Obtenha o torque $\vec{\tau}$ relacionado à espira.

2. Suponha que você enrole um fio metálico isolado, que possui uma resistividade ρ e uma seção transversal de área S, ao longo de um cilindro de madeira de raio a e comprimento l. Suponha também que, depois de você ter enrolado este fio com N espiras bem próximas umas das outras, você ligue as suas extremidades a um gerador de corrente alternada cuja frequência angular é ω.

(a) Quais são as resistência R e a auto-indutância L deste fio?

(b) Qual é a diferença de fase ϕ que existe entre a corrente e a voltagem através deste fio?

3. Imagine que hoje é o seu aniversário e que um amigo seu, ao saber que você está fazendo o curso de Física IV, resolva te dar um presente bastante inusitado: uma caixa preta que você não consegue abrir, mas que possui dois fios condutores. A única coisa que o seu amigo te diz sobre essa caixa preta é que, dentro dela, existe um circuito, que é composto por um resistor, um capacitor e um indutor que não estão necessariamente em série, ao qual você pode estabelecer uma diferença de potencial através dos dois fios.

Imagine agora que você, por estar intrigado com este presente inusitado, resolva ir até o laboratório fazer alguns testes com essa caixa preta e descubra três coisas.

- A primeira delas é que, quando você conecta uma bateria de $1,5\ \mathrm{V}$ aos fios externos, a corrente que flui por eles é de $1,5\ \mathrm{mA}$.
- Já a segunda é que, quando você impõe uma diferença de potencial alternada a esses fios externos, que possui uma amplitude de $1,0\ \mathrm{V}$ e uma frequência de $60\ \mathrm{Hz}$, a corrente que passa por eles também é alternada e tem uma amplitude de $0,01\ \mathrm{A}$.
- No entanto, quando você vai aumentando aos poucos a frequência desta mesma diferença de potencial alternada, porém mantendo a sua amplitude constante, a terceira coisa que você descobre é que essa corrente alternada chega ao valor máximo da sua amplitude, que é de $100\ \mathrm{A}$, quando $f = 1000\ \mathrm{Hz}$.

Diante de todas as suas descobertas experimentais, você é capaz de dizer qual é o circuito que está dentro da caixa preta? Se sim, quais são os valores das suas resistência, capacitância e indutância?

4. Imagine que você tem um resistor, um capacitor e um indutor ao seu dispor, e que você precise montar um circuito que será alimentado por uma força eletromotriz $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$.

(a) Quantos circuitos você é capaz de montar com, no máximo, esses elementos?

(b) Quais são os valores das impedâncias que estão associadas a cada um desses circuitos?

5. Calcule a frequência angular ω de ressonância do circuito da Figura 2 (ou seja, o valor de ω para o qual a reatância total do circuito se anula), considerando que $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$.

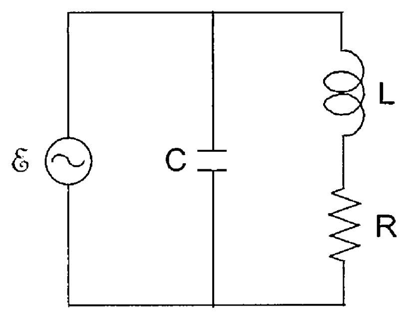

Figura 2

6. Se o circuito RLC da Figura 3 for imposto a uma força eletromotriz for $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$, qual será o valor da frequência ω para o qual a amplitude da voltagem seja máxima (a) através do capacitor e (b) através da bobina?

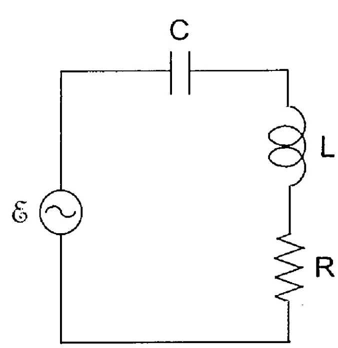

Figura 3

7. Considere o sistema composto que está presente na Figura 4, o qual é alimentado, à esquerda, por uma força eletromotriz $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$.

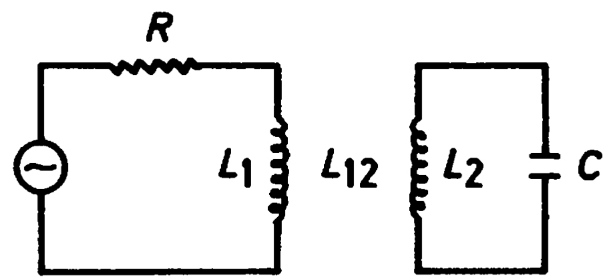

Figura 4

(a) Calcule a corrente instantânea no circuito RL sob a consideração de que $L_1 = L_2 = L_{12} = L$.

(b) Qual é o valor desta corrente quando ω se iguala à frequência natural de oscilação do circuito LC? Qual é o valor da fase, entre essa mesma corrente e a diferença de potencial aplicada no indutor L_1, nesta mesma situação?

8. Um transformador usual é um sistema tal como o que traz a Figura 5, onde dois circuitos estão enrolados em torno de um mesmo núcleo de ferro.

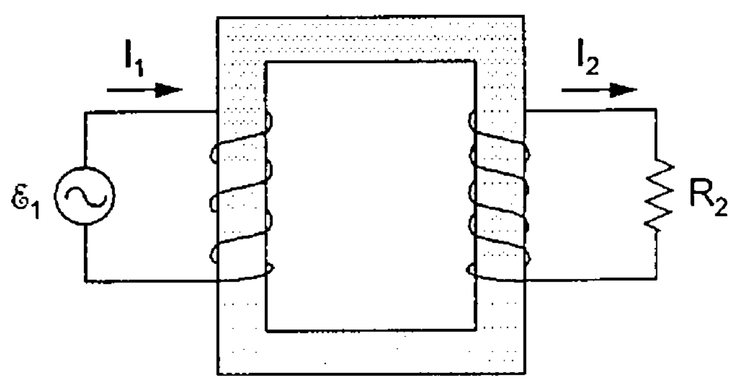

Figura 5

(a) Supondo que o fluxo magnético que passa através do ferro é o mesmo que atravessa cada uma das espiras que compõem os dois circuitos, e que o primeiro circuito (à esquerda) tem N_1 espiras enquanto o segundo (à direita) tem N_2 espiras, mostre que

$$\frac{V_2}{\mathcal{E}_1} = -\frac{N_2}{N_1} \ , \tag{1}$$

onde $\mathcal{E}_1$ é a força eletromotriz que foi imposta ao circuito 1 e V_2 é a diferença de potencial entre os terminais do resistor do circuito 2.

(b) Quais são as correntes I_1 e I_2 que foram induzidas nos dois circuitos?

9. Considere a situação da Figura 6, onde duas bobinas estão enroladas num mesmo

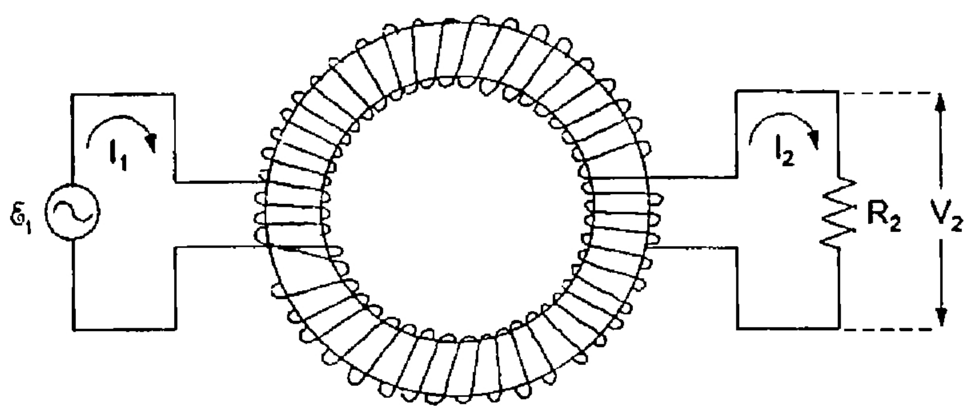

Figura 6

toroide que pode ser de madeira ou de qualquer outro material considerado não-magnético. Considere também que a bobina presa ao circuito à esquerda possui N_1 espiras enquanto que a segunda bobina, que está presa ao circuito à direita, tem N_2 espiras.

(a) Assumindo não apenas que o circuito à esquerda é ideal e é alimentado por um gerador de força eletromotriz $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$, mas que o circuito à esquerda possui uma carga de resistência R_2, mostre que

$$L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_{12} \frac{dI_2}{dt} = \mathcal{E}_1 \quad \text{e} \quad L_{12} \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt} + R_2 I_2 = 0 \quad .$$

(b) Assumindo agora que $\mathcal{E}_1 = \mathrm{Re}(\tilde{\mathcal{E}}_1)$ e que $V_2 = \mathrm{Re}(\tilde{V}_2)$, onde $\tilde{\mathcal{E}}_1 = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t}$ e $\tilde{V}_2 = V_0 e^{i\omega t}$, obtenha a razão $V_0/\mathcal{E}_0$ em função de L_1, L_2 e L_{12}.

(c) Levando em conta que L_{12} é a indutância mútua que existe entre as duas bobinas, e que L_1 e L_2 são as auto-indutâncias relacionadas a cada uma delas, mostre que $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$.

(d) É possível afirmar que, ao substituir $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$ no resultado obtido para $V_0/\mathcal{E}_0$, esta razão se reduz àquela que consta no item **(a)** do Exercício 6? Por que isso acontece?