

4302212 – Física IV

Terceira lista de exercícios

1. Dois indutores, que possuem autoindutâncias L_1 e L_2 , estão conectados em paralelo conforme mostra a Figura 1. Sabendo que a indutância mútua entre eles é L_{12} , determine o valor da autoindutância equivalente deste sistema.

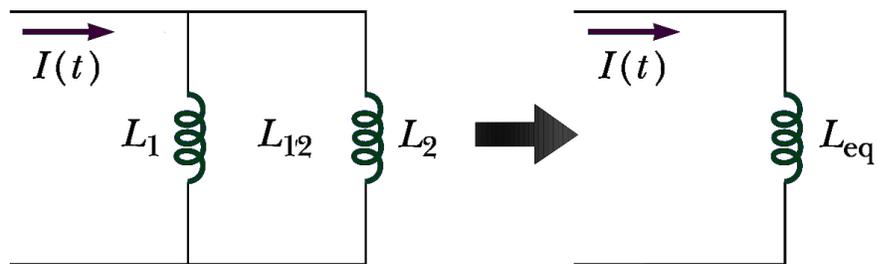


Figura 1

2. Quando construímos um circuito como a da Figura 2 e desprezamos a existência de qualquer possível resistência, passa a ser válido admitir que a energia U nele acumulada se conserva. Baseado nesta admissão, obtenha a mesma equação que você obteria via Kirchhoff para as diferenças de potenciais envolvidas e explique, pelo ponto de vista dos funcionamentos do capacitor e do indutor, todos os sinais (positivos e/ou negativos) que estão presentes nesta equação.

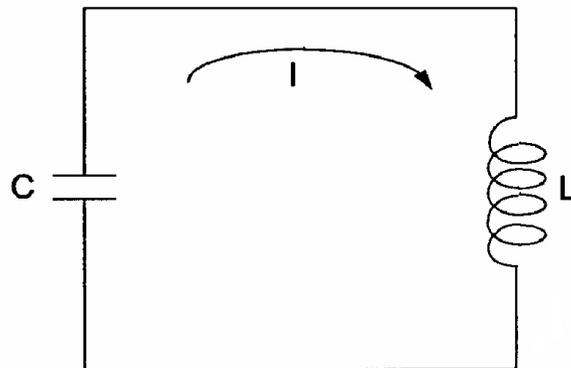


Figura 2

3. Demonstre que o circuito da Figura 3 tem duas frequências possíveis de oscilação livre e calcule o valor dessas frequências.

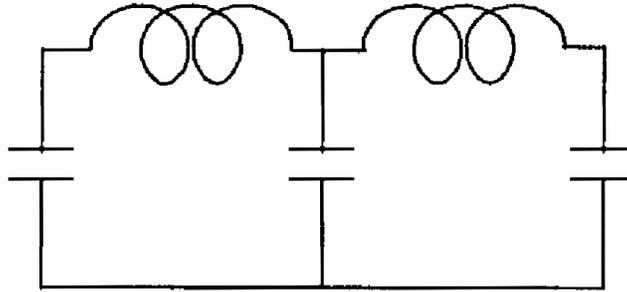


Figura 3

4. Calcule a frequência angular que caracteriza a oscilação livre do sistema que consta na Figura 4, onde temos, à esquerda, um circuito LC e, à direita, um circuito puramente indutivo. Aqui, L_{12} é a indutância mútua que existe entre as duas bobinas, as quais possuem individualmente autoindutâncias L_1 e L_2 .

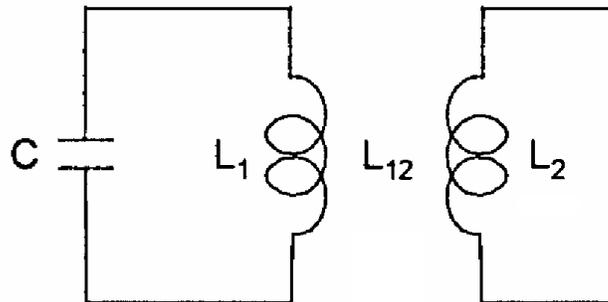


Figura 4

5. Ao analisar o circuito RLC que está presente na Figura 5, é possível concluir que a carga $Q(t)$ e a corrente $I(t)$ deste circuito precisam satisfazer a igualdade

$$\frac{Q}{C} + RI + L \frac{dI}{dt} = 0$$

em todos os instantes de tempo.

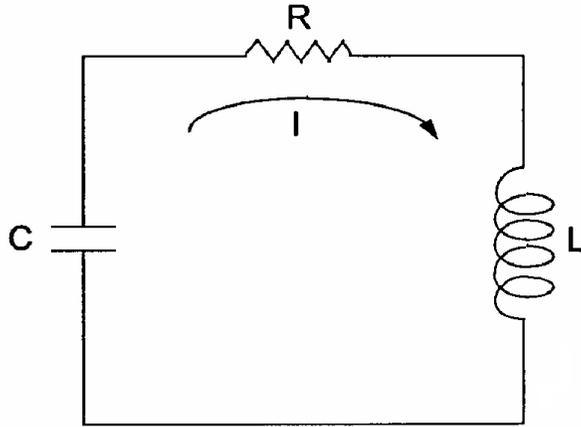


Figura 5

(a) Levando em conta que $I = dQ/dt$, obtenha as duas equações diferenciais que permitem resolver $Q(t)$ e $I(t)$ individualmente.

(b) Substituindo $\tilde{I}(t) = A e^{pt} e^{i\varphi}$ na equação diferencial que você obteve para a corrente, mostre que, para que $I(t) = \text{Re}[\tilde{I}(t)]$ seja a sua solução, p precisa satisfazer a

$$p^2 + \gamma p + \omega_0^2 = 0. \quad (1)$$

Para isso, suponha que A , p e φ são constantes em relação ao tempo.

(c) Sabendo que

$$p_+ = -\frac{\gamma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} \quad \text{e} \quad p_- = -\frac{\gamma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}$$

são as duas soluções de (1), avalie a situação onde

$$\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2 < 0. \quad (2)$$

Ou seja, obtenha a expressão da corrente $I(t) = \text{Re}[\tilde{I}(t)]$ neste caso onde (2) vale.

(d) Como que você interpreta o resultado obtido no item (c) ao compará-lo com a expressão da corrente do circuito LC? Se você achar necessário, construa um

gráfico para ilustrar a sua interpretação.

- (e) Considerando que $\omega_0 \gg \gamma$, calcule as energias $U_C(t)$ e $U_L(t)$ que são armazenadas, num instante t arbitrário, pelos capacitor e indutor respectivamente. Calcule a energia total $U(t)$ que é armazenada no circuito e mostre que ela satisfaz a

$$\frac{dU}{dt} = -\gamma U. \quad (3)$$

- (f) Diante do resultado obtido para a energia armazenada no item (e), calcule o **fator de qualidade** \mathcal{Q} que este circuito possui como um oscilador harmônico quando $\omega_0 \gg \gamma$. Ou seja, calcule a razão

$$\mathcal{Q} \equiv 2\pi \frac{U}{U_{\text{diss}}}, \quad (4)$$

onde U_{diss} é a energia dissipada (sob a forma de calor devido ao efeito Joule) por ciclo de oscilação. Mostre que, neste caso, $\mathcal{Q} \approx \omega_0/\gamma$.

6. Ainda considerando o mesmo circuito RLC que consta na Figura 5, calcule a sua corrente $I(t) = \text{Re}[\tilde{I}(t)]$ nos casos onde

$$\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2 = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2 > 0. \quad (5)$$

Diante dos resultados que você obteve, é possível afirmar que o circuito ainda pode ser interpretado como um oscilador nestes dois casos? Justifique a sua resposta.

7. Considere o circuito RLC da Figura 6, que foi construído alocando todos os seus componentes paralelamente.

- (a) Calcule a frequência angular ω_0 das oscilações livres e a constante de amorteci-

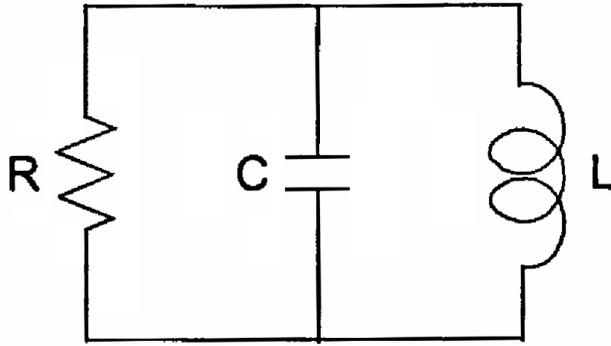


Figura 6

mento γ deste circuito.

- (b) Se $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$ e $L = 10 \text{ mH}$, qual será o valor de ω_0 ? Neste caso em específico, depois de quantos períodos a energia eletromagnética se reduzirá à metade do seu valor inicial?