4302212 – Física IV

Terceira avaliação (IFUSP)

Nome: ______________________________ Nº. USP: ______________

Questão 1 (1,0 pontos)

(a) Explique, com as suas próprias palavras, como o fenômeno da polarização da luz foi preponderante para a interpretação da luz como uma onda eletromagnética, diante dos resultados obtidos por Young, Faraday e Maxwell.

(b) Por que, diante do comportamento ondulatório da luz, pareceu razoável supor a existência do éter? Aliás, o que era esse éter e como os campos eletromagnéticos eram interpretados neste contexto?

Questão 2

Parte I (1,0 pontos)

O **EFEITO DOPPLER** é um fenômeno físico que é observado quando ondas são emitidas, ou mesmo refletidas, por alguma fonte que esteja se movendo em relação a um observador. Um bom exemplo deste fenômeno é observado quando, por exemplo, escutamos o som que é emitido pela sirene de uma ambulância que passa por nós em alta velocidade: este som vai do agudo ao mais grave e o que caracteriza toda essa mudança no tom é o fato da frequência da onda que chega aos nossos ouvidos ser uma função desta velocidade relativa.

Esse fenômeno também se replica sob condições relativísticas, como aquela que, por exemplo, se relaciona para com uma fonte de luz que se move com alguma velocidade arbitrária. Trata-se do **EFEITO DOPPLER RELATIVÍSTICO** que pode ser bem entendido considerando uma situação bem simples: considerando a situação que se envolve para com uma fonte de luz monocromática que, no referencial S do laboratório, se move com uma velocidade uniforme v ao longo de um eixo z, mas que, num outro referencial S', fica sempre parada num ponto que é parametrizado por $(x', y', z') = (0, 0, 0)$.

(a) Levando em conta que S e S' são referenciais inerciais que coincidem quando $t = t' = 0$ e que as suas coordenadas (ct, x, y, z) e (ct', x', y', z') são relacionadas através das transformações de Lorentz, calcule quais são as frequências f e f' que essa luz possui em S e S' respectivamente. Para fazer esse cálculo, assuma que, pelo ponto de vista de alguém que está em S', uma crista da onda dessa luz é emitida no instante t'_1 enquanto a seguinte é emitida no instante $t'_2 = t'_1 + \delta t'$.

(b) Obtenha a relação entre as frequências f e f' quando $v \ll c$. Esta relação coincide com a expressão das frequências do efeito Doppler não relativístico? Justifique a sua resposta.

Parte II (1,0 pontos)

Considere agora a situação onde essa mesma fonte, quando analisada no referencial do laboratório, consegue emitir um pulso de luz com uma velocidade cujas componentes são

$$u'_x = c\cos\theta' \quad , \quad u'_y = c\sin\theta' \quad \text{e} \quad u'_z = 0\ . \tag{1}$$

Ou seja, no referencial do laboratório esse pulso de luz faz um ângulo θ' com o eixo x'.

(c) Levando em conta novamente que as coordenadas de S e S' são relacionadas pelas transformações de Lorentz, obtenha quais são as componentes da velocidade deste pulso de luz no referencial S em função das coordenadas de S'.

(d) Uma vez que, pelo ponto de vista de quem está no referencial S, as mesmas componentes (1) são expressas como

$$u_x = c\cos\theta \quad , \quad u_y = c\sin\theta \quad \text{e} \quad u'_z = 0\ ,$$

já que θ é o ângulo que esse pulso de luz faz com o eixo x, use o resultado obtido no item **(c)** para expressar θ em função de θ'.

(e) De acordo com o resultado que você obteve no item **(d)**, qual é a expressão de θ quando $\theta' = 90^\circ$? Diante dessa expressão, calcule quais são os valores de θ quando v/c é igual a (i) $0,1$, (ii) $0,6$, (iii) $0,9$ e (iv) $0,9999$.

Questão 3 (2,5 pontos)

Dizer que as leis físicas preservam a sua forma em **TODOS OS REFERENCIAIS INERCIAIS** (ou seja, são covariantes) é o mesmo que dizer que se, num referencial inercial S, a força que age sobre uma partícula é dada por

$$\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad (f_x, f_y, f_z) = \left(\frac{dp_x}{dt}, \frac{dp_y}{dt}, \frac{dp_z}{dt}\right)\ ,$$

num outro referencial inercial S' essa mesma força será expressa como

$$\vec{f}\,' = \frac{d\vec{p}\,'}{dt'} \quad \Leftrightarrow \quad \left(f'_x, f'_y, f'_z\right) = \left(\frac{dp'_x}{dt'}, \frac{dp'_y}{dt'}, \frac{dp'_z}{dt'}\right) \ .$$

(a) Levando em conta que os 4-momentos

$$(p_0, p_1, p_2, p_3) = (mc, p_x, p_y, p_z) \ \text{ e } \ (p'_0, p'_1, p'_2, p'_3) = \left(m'c, p'_x, p'_y, p'_z\right)$$

de uma partícula, quando respectivamente expressos do ponto de vista dos referenciais S e S', são tais que

$$p'_\mu = \sum_{\nu=0}^{3} L_{\mu\nu} p_\nu \ , \tag{2}$$

obtenha as expressões das componentes da força f'_x, f'_y e f'_z que age sobre ela em função das componentes f_x , f_y e f_z. Aqui, $L_{\mu\nu}$ é o elemento da μ-ésima linha e ν-ésima coluna da matriz

$$L = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & -\beta\gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \ ,$$

com $\beta = v/c$ e $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, onde v corresponde ao módulo da velocidade com que S' se distancia de S pelo eixo y.

(b) Considerando que essa partícula se desloca com uma velocidade $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ no referencial S, obtenha a expressão $\vec{u}\,' = \left(u'_x, u'_y, u'_z\right)$ da velocidade desta mesma partícula no referencial S' em função das componentes de $\vec{u}$.

(c) Usando os resultados que você obteve nos itens **(a)** e **(b)**, e levando em conta que essa partícula também possui uma carga q não nula e que, portanto, está sujeita a uma força de Lorentz que, nos referenciais S e S', pode ser expressa respectivamente como

$$\vec{f} = q\vec{E} + q\vec{u} \times \vec{B} \quad \text{e} \quad \vec{f}\,' = q\vec{E}\,' + q\vec{u}\,' \times \vec{B}\,' \ , \tag{3}$$

encontre cada componente dos campos elétrico $\vec{E}\,' = \left(E'_x, E'_y, E'_z\right)$ e magnético $\vec{B}\,' = \left(B'_x, B'_y, B'_z\right)$ do referencial S' em função das componentes dos campos elétrico $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ e magnético $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ do referencial S.

(d) Expresse o resultado obtido no item **(c)** sob uma forma matricial análoga a (2), cujas entradas da matriz dependem apenas de β e γ.

(e) Mostre que

$$\vec{E}^2 - \vec{B}^2 = \left(\vec{E}\,'\right)^2 - \left(\vec{B}\,'\right)^2 \quad \text{e} \quad \vec{E}\cdot\vec{B} = \vec{E}\,'\cdot\vec{B}\,' \,.$$

Ou seja, mostre que tanto a diferença $E^2 - B^2$ como o produto $\vec{E}\cdot\vec{B}$ são **INVARIANTES** sob transformações de Lorentz.

Questão 4 (3,5 pontos)

Considere que uma partícula, com carga q e massa de repouso m_0 não nulas, foi largada, com uma velocidade inicial nula num referencial inercial S, numa região do espaço onde constam um campo elétrico $\vec{E}$ na direção y e um campo magnético $\vec{B}$ na direção z.

(a) Quais são as condições necessárias para que exista um referencial inercial S', cujas coordenadas se relacionam para com as do primeiro através das transformações de Lorentz, onde (i) $\vec{E}' = 0$ e (ii) $\vec{B}' = 0$?

(b) Descreva o movimento que essa partícula precisa descrever no referencial S para que o caso (i) (ou seja, o caso onde temos $\vec{E}' = 0$) seja assegurado.

(c) Encontre a expressão do momento $\vec{p}\,'$ dessa partícula em função do tempo t' no caso (ii) (ou seja, no caso onde temos $\vec{B}' = 0$) .

Questão 5 (1,0 pontos)

Enuncie uma questão que você gostaria que estivesse nesta avaliação e a responda detalhadamente.