

FMA403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Segundo semestre de 2008
Lista de Problemas 5
Data de Entrega: 20/11

1. Considere um sistema cuja hamiltoniana é a de um oscilador harmônico unidimensional,

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2$$

e um vetor de estado

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

onde α é um número complexo e $|n\rangle$ é o autovetor de \hat{H} com n quanta

$$\hat{H}|n\rangle = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega|n\rangle$$

- a) Mostre que $|\alpha\rangle$ tem norma 1.
b) Mostre que $|\alpha\rangle$ é um autovetor do operador de aniquilação de quanta \hat{a} .
c) Calcule a dispersão das medidas de \hat{x} e \hat{p} , se o sistema está no estado $|\alpha\rangle$. O princípio da incerteza é satisfeito ?
2. Considere um sistema cuja hamiltoniana é a de um oscilador harmônico isotrópico.

Os estados estacionários do sistema são auto-estados simultâneos de \hat{H} , \hat{L}^2 e \hat{L}_z com autovalores respectivamente iguais a $(n + \frac{3}{2})\hbar\omega$, $\hbar^2l(l+1)$, $\hbar m$ e as correspondentes autofunções são da forma,

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)$$

Suponha que o sistema está no estado

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{4}(2\Psi_{110}(\vec{r}) + 3\Psi_{311}(\vec{r}) - \sqrt{3}\Psi_{31-1}(\vec{r}))$$

- a) Calcule o valor médio das medidas da energia.
b) Calcule o valor médio das medidas de \hat{L}^2 .

- c) Calcule o valor médio das medidas de \hat{L}_z .
- d) $\Psi(\vec{r})$ é uma autofunção dos observáveis \hat{H} , \hat{L}^2 e \hat{L}_z ?
- d) Qual é a probabilidade de numa medida da energia acharmos o valor $\frac{9}{2}\hbar\omega$?

Observação:

Para um dado n , os possíveis valores de l são:

$$l = n, n - 2, \dots, 1 \text{ ou } 0 .$$

Para um dado l , os possíveis valores de m são:

$$m = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l.$$