

FMA0403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Segundo semestre de 2008
Lista de Problemas 4
Data de Entrega:23/10

1. Considere um sistema de dois níveis de energia e a base cujos vetores são estados estacionários da hamiltoniana com autovalores ϵ_1 e ϵ_2 :

$$\hat{H}|1\rangle = \epsilon_1|1\rangle, \hat{H}|2\rangle = \epsilon_2|2\rangle$$

Seja \hat{A} um observável cujos autovalores são iguais a a_1 e a_2 e os correspondentes autovetores são,

$$|a_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle$$
$$|a_2\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle$$

- a) Se no instante $t=0$ o sistema está no estado $|a_1\rangle$, determine o vetor de estado no instante t .
- b) Calcule o valor médio das medidas de \hat{H} e \hat{A} no instante t .
- c) Determine a probabilidade de numa medida de \hat{A} no instante t acharmos o valor a_2 .
- d) Calcule a dispersão das medidas de \hat{H} e \hat{A} no instante t . O princípio da incerteza energia x tempo é satisfeito ?
- e) Se fizermos uma medida de \hat{A} no instante t_0 e acharmos o valor a_2 , qual é o vetor de estado do sistema no instante $t > t_0$?
2. A representação dos observáveis \hat{A} e \hat{B} na base de vetores de estado $|e_1\rangle, |e_2\rangle$ é dada por:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Mostre que os observáveis \hat{A} e \hat{B} não são compatíveis.
- b) Se o sistema está no estado

$$|\theta\rangle = \cos\theta|e_1\rangle + \sin\theta|e_2\rangle$$

determine a dispersão das medidas de \hat{A} e \hat{B} .

O princípio da incerteza é satisfeito?

c) Se o sistema está no estado $|\theta\rangle$, qual é a probabilidade de numa medida de \hat{A} acharmos o valor 1? Se fizermos uma medida de \hat{B} e acharmos o valor -1, qual é a probabilidade de numa medida de \hat{A} , imediatamente após a medida de \hat{B} , acharmos o valor 1? Comente a sua resposta.