FMA403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Segundo semestre de 2008
Lista de Problemas 3
Data de Entrega:09/10

1. Considere que o espaço dos vetores de estado de uma partícula é bidimensional e que os vetores $|e_1\rangle, |e_2\rangle$ definem uma base ortonormal neste espaço.
A representação do operador linear $\hat{A}$ nesta base é dada pela matriz,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

a) O operador $\hat{A}$ é um observável ?
b) Ache os autovalores de $\hat{A}$. Note que eles são reais.
c) Ache os autovetores de $\hat{A}$. Note que eles são ortogonais.
d)Ache a transformação unitária que diagonaliza $\hat{A}$.
e)Que valores podemos achar numa medida do observável $\hat{A}$?
f)Se a partícula está no estado,

$$|\theta\rangle = cos\theta|e_1\rangle + sen\theta|e_2\rangle$$

qual é a probabilidade de numa medida de $\hat{A}$, acharmos o valor 1?
g)Qual é o valor médio das medidas de $\hat{A}$, se a partícula está no estado do item f?
h)Se numa medida do observável $\hat{A}$ acharmos o valor 1,qual é o estado do sistema logo após a medida?Se imediatamente após a primeira medida fizermos outra medida de $\hat{A}$, qual é a probabilidade de acharmos o valor 1?

2. Considere um espaço de vetores de estado bidimensional e uma base neste espaço, $|e_1\rangle, |e_2\rangle$
Se,

$$|e_1^{'}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|e_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|e_2\rangle$$
$$|e_2^{'}\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|e_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|e_2\rangle$$

a) Mostre que $|e_1'\rangle$ e $|e_2'\rangle$ definem uma base ortonormal.
b) Ache os elementos da transformação unitária que relaciona as duas bases.
c)Dada a representação do operador $\hat{B}$ na base $|e_1\rangle, |e_2\rangle$,

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ache a sua representação na base $|e_1'\rangle, |e_2'\rangle$.

3. a)Mostre que o hermiteano conjugado do produto de dois operadores é o produto dos respectivos hermiteanos conjugados na ordem oposta.
b)Mostre que se $\hat{A}$ é um operdor hermiteano temos que:
$\langle \hat{A}\alpha|\hat{A}\beta\rangle = \langle\alpha|\hat{A}^2|\beta\rangle$
c)Mostre que se $\hat{U}$ é um operador unitário:
i) $\langle U\alpha|U\beta\rangle = \langle\alpha|\beta\rangle$
ii)Os autovalores de $\hat{U}$ tem modulo igual a 1.
iii) Os autovetores de $\hat{U}$ cujos autovalores são distintos são ortogonais.