

FMA0403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Segundo semestre 2008
Lista de Problemas 1
Data de Entrega:21/08

1. Uma partícula de massa m está no estado cuja função de onda é:

$$\psi(x, t) = Ae^{-\frac{mwx^2}{2\hbar}} e^{-i\frac{wt}{2}},$$

onde A e w são constantes reais e positivas.

a) Calcule o valor de A que normaliza a função de onda.

b) Mostre que $\psi(x, t)$ é uma solução da equação de Schrodinger dependente do tempo, se $V(x)$ é a energia potencial de um oscilador harmônico,

$$V(x) = \frac{mw^2x^2}{2}.$$

c) Calcule os valores médio de x, x^2, p, p^2 .

d) Calcule o desvio padrão das medidas da posição e do momento, σ_x, σ_p . O produto delas é consistente com o princípio da incerteza?

2. Considere a função de onda

$$\psi(x, t) = Ae^{-\lambda|x|} e^{-iwt}$$

onde A, λ e w são constantes reais e positivas.

a) Normalize $\psi(x, t)$.

b) Determine os valores médios de x e x^2 .

c) Calcule o desvio padrão σ . Qual é a probabilidade da partícula se encontrar fora do intervalo $[\langle x \rangle - \sigma, \langle x \rangle + \sigma]$?

3. A função de onda de uma partícula livre no instante $t=0$ é:

$$\psi(x, 0) = Ae^{-ax^2}$$

onde A e a são constantes reais e positivas.

a) Normalize $\psi(x, 0)$.

b) Determine $\psi(x, t)$.

c) Calcule $|\psi(x, t)|^2$. Faça um gráfico de $|\psi(x, t)|^2$ em $t=0$ e quando t é muito grande (quantifique “muito grande”). Qualitativamente o que acontece com $|\psi(x, t)|^2$ quando t cresce?

d) Determine $\langle x \rangle, \langle p \rangle, \langle x^2 \rangle, \langle p^2 \rangle$.

e) Ache σ_x, σ_p . O princípio da incerteza é satisfeito? Em que instante o sistema está mais próximo da incerteza mínima?

f) Calcule $\phi(p, t)$. Qual é a densidade de probabilidade da partícula ter momento p ? Ela varia com o tempo?

g) Calcule $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$ usando a densidade de probabilidade calculada no item f. Compare com sua resposta no item d.

Referência problemas

2 1.8 Griffiths ,3 2.22 Griffiths

Dado

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ax^2+bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{-a}} e^{-\frac{b^2}{4a}}$$