

MECÂNICA QUÂNTICA I (2010)

Lista de Problemas 4

Data de Entrega: 17/06

1. O efeito produzido pelo tamanho finito do próton do átomo de hidrogênio pode ser levado em consideração supondo que o próton consiste de uma esfera de raio r_0 com densidade uniforme de carga.

a) Mostre que o termo de perturbação em relação ao potencial coulombiano de uma partícula puntiforme é:

$$V = \begin{cases} \frac{-e^2}{2r_0} \left(3 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) + \frac{e^2}{r} & r < r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

b) Ache a expressão para o deslocamento em primeira ordem da energia dos estados com $n = 2, l = 0$ (estados $2s$) e $n = 2, l = 1$ (estados $2p$).

c) Usando a aproximação $r_0 \ll a_0$ (onde a_0 é o raio de Bohr), mostre que as razões $\frac{\Delta E_{nl}^{(1)}}{E_{nl}^{(0)}}$ para os estados $2s$ e $2p$ são da ordem de $(\frac{r_0}{a_0})^2$ e $(\frac{r_0}{a_0})^4$, respectivamente. Qual é a razão qualitativa para que os estados com $l = 0$ sejam mais afetados pela perturbação do que os estados com $l \neq 0$?

2. A hamiltoneana de uma partícula de massa m e carga e que se move no plano sob a ação de um potencial de um oscilador harmônico isotrópico e de um campo magnético externo constante e perpendicular ao plano é :

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(x^2 + y^2) - gL_z$$

onde $g = \frac{eB_0}{2mc}$.

Considere o termo que depende do campo magnético como a perturbação.

a) Ache os seis estados não-perturbados de mais baixa-energia. Existe degenerescência?

b) Para os três estados degenerados com energia de excitação igual a $2\hbar\omega$, calcule os auto-estados de ordem zero e as energias em primeira

ordem. A degenerescência permanece ?

c) L_z comuta com a hamiltoniana? Os auto-estados do item b) são auto-estados de L_z ? Quais são os autovalores ?

3. A hamiltoniana de duas partículas de spin 1/2 é igual à,

$$H = \frac{A}{\hbar^2} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 + \frac{2\mu_1 B}{\hbar} S_{1z}.$$

onde μ_1 é o momento magnético da partícula 1.

Considere o primeiro termo como a hamiltoniana não - perturbada e o segundo termo como a perturbação.

a) Ache os autovetores e autovalores de H_0 . Existe degenerescência ?

b) Para o estado não- degenerado calcule a energia até segunda ordem em teoria de perturbação.

c) Para os estados degenerados ache os autovetores em ordem zero e a energia até primeira ordem em teoria de perturbação.

d) Ache os autovetores e autovalores de H. Compare com os resultados dos itens b) e c).

Desafio : Como calcular a correção de segunda ordem para o estado $S=1$, $M=0$?

4. Considere que a hamiltoniana de um elétron no átomo de Hidrogênio é dada por

$$H = H_0 + H_{LS}$$

onde H_0 é a hamiltoniana de um elétron no campo coulombiano do próton,

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m_e} + V_c(r)$$

e H_{LS} é o termo de spin-órbita

$$H_{LS} = \frac{1}{2m_e^2 c^2} \frac{dV_c}{dr}(r) \vec{L} \cdot \vec{S}$$

Em mais baixa ordem em teoria de perturbação determine os níveis de energia do elétron nos estados 2p .