PGF5001 – Mecânica Quântica 1

Prof. Emerson Passos

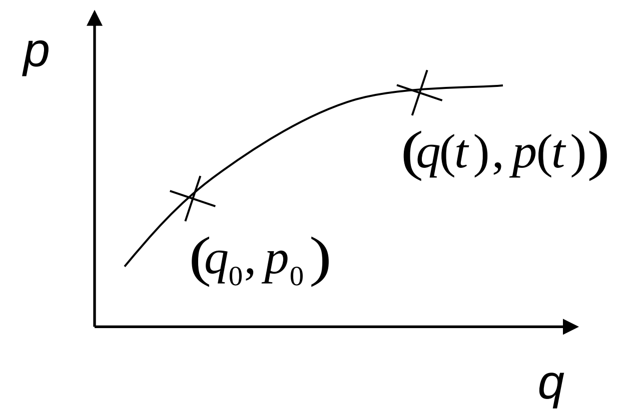
Mecânica Clássica (MC)

- Estado do sistema especificado por um *ponto no espaço de fase*, (q,p).

- Dinâmica dada pelas *equações de Hamilton*. Dada a condição inicial (q_0,p_0), (q(t),p(t)) é determinada resolvendo-se as equações de Hamilton.

- Máximo de informação: *localização no espaço de fase*. Com esta informação determinamos o valor de qualquer variável dinâmica, F(q,p).

- MC é uma teoria *local*. Considere um sistema composto de dois subsistemas. Medida em uma das partes não afeta a outra.



$$F(t) = F\left(q(t), p(t)\right)$$

Equações de Hamilton:

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}(q, p)$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}(q, p)$$

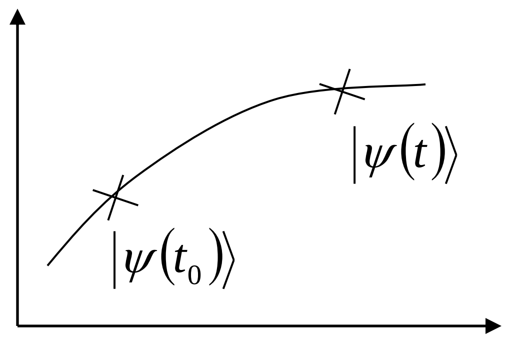
Resumo: A Mecânica Clássica é uma teoria **determinística**, **completa** e **local**.

Mecânica Quântica (MQ)

- Estado do sistema especificado por um *vetor no espaço de vetores de estado*.

- Dinâmica dada pela *equação de Schrödinger dependente do tempo*. Dado o vetor de estado no instante inicial, $|\psi(t_0)\rangle$, determinamos o vetor de estado no instante t, $|\psi(t)\rangle$, resolvendo essa equação.

- Máximo de informação: *amplitude de probabilidade*. Dada essa informação ficam determinadas medidas num ensemble do sistema.



<u>Equação de Schrödinger dependente do tempo:</u>

$$i\hbar\left|\frac{\partial\psi}{\partial t}(t)\right\rangle = \hat{H}\left|\psi(t)\right\rangle$$

<u>Resumo</u>: A Mecânica Quântica é uma teoria **probabilística** e **não-local**.

Correspondência

MQ	MC
$\vert\psi(t)\rangle$	$(q(t), p(t))$
Equação de Schrödinger dependente do tempo	Equações de Hamilton

Interpretação física dos fenômenos radicalmente diferente da MC

Determinismo *vs* Probabilidade

- MQ é uma teoria determinística, a questão é o que ela determina: *uma amplitude de probabilidade*.

- MQ pode prever medidas de um observável num ensemble do sistema, por exemplo, valores médios, variâncias e probabilidades. Resultado de uma medida imprevisível.

Interpretação física da função de onda, Escola de Copenhagen, Bohr e Born

- Exemplo: Medidas da posição de uma partícula microscópica.

- Determino a probabilidade de achar a partícula entre x e x+Δx $\rightarrow$ $|\psi(x)|^2\,\Delta x$.

- Numa única medida da posição podemos achar qualquer valor.

- Imediatamente após a medida a partícula tem uma localização bem definida, entre x e x+Δx, como imposto pelo *princípio da reprodutibilidade da medida*.

<u>Conclusão</u>:

Partícula tem uma localização bem definida somente quando fazemos uma medida.

Se não medirmos ela pode estar em qualquer lugar, equivalente a não estar em nenhum lugar. Onde ela vive? Ela vive num espaço abstrato, o *espaço dos vetores de estado*.

<u>Resumo</u>: Uma partícula microscópica não tem o atributo da localização. Ela tem a potencialidade da localização. Essa potencialidade se concretiza somente quando fazemos uma medida.

MQ é uma teoria incompleta?

Exemplo que está no cerne da descrição de sistemas microscópicos pela MQ:

Sistema que se transforma de um estado A para um estado D via dois estados intermediários B e C.

- $P_{A \to B \to D}$ = probabilidade do sistema sair de A e chegar em D pelo caminho ABD. Analogamente para $P_{A \to C \to D}$.
- $P_{A \to B \text{ e/ou } C \to D}$ = probabilidade do sistema sair de A e chegar em D quando os dois caminhos B e C estão abertos.

Fato surpreendente e bem-estabelecido experimentalmente

$$P_{A \to B \text{ e/ou } C \to D} - P_{A \to B \to D} - P_{A \to C \to D} = k \neq 0$$

A análise do significado dessa relação pela MQ é direta.

A cada caminho associamos uma amplitude de probabilidade, por exemplo, $A_{A \to B \to D}$, etc.

A amplitude total quando os dois caminhos estão abertos é a soma das amplitudes para cada um dos caminhos. Nesse caso, a probabilidade de sair de A e chegar em D é o módulo ao quadrado da amplitude total.

Com um pouco de álgebra chegamos ao resultado:

(i) $k = A_{A\to B\to D}\, A^*_{A\to C\to D} + A^*_{A\to B\to D}\, A_{A\to C\to D}$, quando os dois caminhos estão abertos,

(ii) $k = 0 \to P_{A\to B \text{ e/ou } C\to D} = P_{A\to B\to D} + P_{A\to C\to D}$, quando os dois caminhos estão abertos mas fizemos uma medida para determinar qual o caminho percorrido pela partícula.

Note que em (i), para que o termo de interferência não se anule é necessário que ambas amplitudes sejam diferentes de zero. Mais interessante, o sistema pode ser uma partícula microscópica e $k \neq 0$ não significa que a partícula possa estar simultaneamente nos dois caminhos. O que ocorre nesse caso é, como não fizemos uma medida, a partícula não tem um caminho bem definido.

O termo de interferência se anula, $k = 0$, quando fazemos uma medida para identificar qual é o caminho percorrido pela partícula.

Medida na MQ

- Em geral a medida muda drasticamente o vetor de estado do sistema como exposto no *postulado da redução do pacote de onda.*
- Vetor de estado do sistema varia com o tempo continuamente exceto descontinuidades quando fazemos uma medida.
- **Efeito Zenon quântico:** uma demonstração do colapso da função de onda?
- Como explicar o processo de medida, interação do sistema quântico com o aparelho de medida.

Emaranhamento

- Considere um sistema composto de dois subsistemas tal que para $t > t_1$, os dois subsistemas não interagem. Se o sistema está emaranhado a medida em um deles afeta a medida do outro.

- Um estado emaranhado, decaimento do π^0 em repouso num par elétron-pósitron:

$$\left|\phi\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|\frac{1}{2}\right\rangle_e \otimes \left|-\frac{1}{2}\right\rangle_p - \left|-\frac{1}{2}\right\rangle_e \otimes \left|\frac{1}{2}\right\rangle_p\right)$$

Dois observadores E e P medem, respectivamente, a projeção do spin de cada partícula do par. Por exemplo, se E não faz nenhuma medida a probabilidade de P medir as duas projeções são iguais a ½. Se E faz uma medida e acha um valor igual a ½ as probabilidades são agora nula de achar ½ e é 1 de achar - ½.