FMA0403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Primeiro semestre de 2009
Unidade 1
Lista de Problemas 2

1. Considere o potencial degrau,

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ V_0 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

   com V_0 uma constante positiva.
   a) Resolva a equação de Schrodinger independente do tempo para o potencial degrau se $0 < E < V_0$. Quanto valem os coeficientes de reflexão e de transmissão? É possível encontrar a partícula na região classicamente proibida?
   b) Resolva a equação de Schrodinger independente do tempo para o potencial degrau se $E > V_0$. Quanto valem os coeficientes de reflexão e de transmissão?Calcule o valor de R nos limites $E \to V_0$ e $E \gg V_0$
   c) Nos dois casos, determine a relação entre os coeficientes de transmissão e reflexão, deduzida da equação de continuidade.Compare com sua resposta dos itens a) e b).
   2.33 Griff.

2. Para o potencial que é uma função delta atrativa,

$$V(x) = -\lambda\delta(x)$$

   com $\lambda > 0$:
   a) Resolva a equação de Schrodinger independente do tempo para os estados ligados
   b) Determine os elementos da matriz S.
   c) A partir dos elementos da matriz S, calcule os coeficientes de reflexão e transmissão, para a condição de contorno de uma onda incidente à esquerda.
   d) A partir dos elementos da matriz S, determine a energia do estado ligado.

3. Para o potencial que é um duplo delta atrativo,

$$V(x) = -\lambda(\delta(x + a) + \delta(x - a))$$

a)Calcule as energias dos estados ligados.Qual é o seu número ?
b)Calcule o coeficiente de transmissão.
2.26 Griff.

4. Uma partícula de massa m se move sob a ação de um poço quadrado dado por:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -V_0 & 0 < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$

Considere $E > 0$.
a)Resolva a equação de Schrodinger independente do tempo. Calcule o coeficiente de reflexão. Comente sua resposta.
b) Determine a relação entre os coeficientes de transmissão e reflexão , deduzida da equação de continuidade.Compare com a resposta do item a).
Piza,Cap. 3,148-152.

5. Considere que uma partícula de massa m está sob a ação de um poço quadrado infinito:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ \infty & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

Os estados estacionários e os níveis de energia do sistema são:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin n\pi \frac{x}{a}$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 n^2 \pi^2}{2ma^2}$$

Suponha que no instante inicial a função de onda da partícula é:

$$\psi(x, 0) = A \sin^3 \pi \frac{x}{a}$$

onde A é uma constante real e positiva.
a) Escreva $\psi(x, 0)$ como uma combinação linear dos estados estacionários.

b) Use a condição de normalização para determinar o valor de A.
c) Ache $\psi(x,t)$.
d) Calcule a densidade de probabilidade de achar a partícula no ponto x. Ela depende do tempo?
e) Calcule o valor médio das medidas da energia no instante t.
Dado :

$$(e^{i\theta} - e^{-i\theta})^3 = e^{3i\theta} + 3e^{-i\theta} - 3e^{i\theta} - e^{-3i\theta}$$

2.36 Griff.

6. A função de onda do estado inicial de uma partícula de massa m num poço infinito é:
$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x) + \psi_2(x)).$$
a) Determine $\psi(x,t)$.
b) Determine $\rho(x,t)$. A densidade de probabilidade depende do tempo?
c) Calcule o valor médio das medidas da posição,$\langle x \rangle$. Note que ela oscila no tempo. Qual é a frequência de oscilação? Qual é a amplitude de oscilação?
d) Calcule o valor médio das medidas do momento, $\langle p \rangle$.
e) Determine o valor médio das medidas da energia.
2.6 Griff

7. Determine o coeficiente de transmissão para uma barreira,
$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ V_0 & -a < x < a \\ 0 & x > a \end{cases}$$
Considere separadamente os casos $E > V_0$ e $E < V_0$. O que acontece quando $E = V_0$?
2.22 Griff.

8. Considere o sistema da questão 4.
a) Determine as energias dos estados ligados.
b) Qual o valor mínimo de V_0 para que exista um estado ligado?
Piza Cap. 3, 148-152.