FMA0403- MECÂNICA QUÂNTICA I
Primeiro semestre 2009
Unidade 1
Lista de Problemas

1. Uma partícula de massa m está no estado cuja função de onda é:

$$\psi(x,t) = Ae^{-\frac{mwx^2}{2\hbar}} e^{-i\frac{wt}{2}},$$

onde A e w são constantes reais e positivas.
a)Calcule o valor de A que normaliza a função de onda.
b)Mostre que $\psi(x,t)$ é uma solução da equação de Schrodinger dependente do tempo, se V(x) é a energia potencial de um oscilador harmônico,

$$V(x) = \frac{mw^2x^2}{2}.$$

c)Calcule os valores médios de x, x^2, p, p^2.
d) Calcule o desvio padrão das medidas da posição e do momento,σ_x, σ_p.O produto deles é consistente com o princípio da incerteza?
1.14 Griff.

2. Considere a função de onda normalizada

$$\psi(x,t) = \sqrt{\lambda}e^{-\lambda|x|}e^{-iwt}$$

onde , λ e w são constantes reais e positivas.
a)Determine os valores médios de x e x^2.
b)Calcule o desvio padrão σ. Qual é a probabilidade da partícula se encontrar fora do intervalo $[\langle x\rangle - \sigma, \langle x\rangle + \sigma]$?
1.8 Griff.

3. A função de onda de uma partícula livre no instante t=0 é:

$$\psi(x,0) = (\frac{2a}{\pi})^{\frac{1}{4}}e^{-ax^2}$$

onde a é uma constante real e positiva.
a)Determine $\psi(x,t)$.
b) Faça um gráfico de $|\psi(x,t)|^2$ em t=0 e quando t é muito grande (quantifique "muito grande"). Qualitativamente o que acontece com $|\psi(x,t)|^2$ quando t cresce?
c)Determine $\langle x\rangle, \langle p\rangle, \langle x^2\rangle, \langle p^2\rangle$.
d)Ache σ_x, σ_p.O princípio da incerteza é satisfeito?Em que instante o sistema está mais próximo da incerteza mínima?
e) Calcule $\phi(p,t)$. Qual é a densidade de probabilidade da partícula ter momento p ? Ela varia com o tempo ?
f)Calcule $\langle p\rangle$ e $\langle p^2\rangle$ usando a densidade de probabilidade calculada no item f. Compare com sua resposta no item d .
Dado

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ax^2+bx}dx = \sqrt{\frac{\pi}{-a}}e^{-\frac{b^2}{4a}}$$

2.22 Griff.

4. A função de onda de uma partícula livre no instante t=0 é dada por:

$$\psi(x) = \begin{cases} 2\alpha\sqrt{\alpha}xe^{-\alpha x} & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

a)Numa medida da posição, qual é o valor mais provável?
b)Calcule $\langle x\rangle$ e $\langle x^2\rangle$.
c)Qual é a probabilidade da partícula se encontrar entre
$x = 0$ e $x = \frac{1}{\alpha}$?
d)Calcule $\phi(p)$.Use sua resposta para calcular $\langle p\rangle$ e $\langle p^2\rangle$.
e)Calcule a dispersão das medidas da posição e do momento. O principio da incerteza é satisfeito ?
Gasio. pg 48

5. A função de onda de uma partícula livre no instante t=0 é dada por:

$$\psi(x,0) = (\frac{2a}{\pi})^{\frac{1}{4}}e^{-ax^2}e^{ilx}$$

onde a e l são constantes reais e positivas.
a)Calcule $\psi(x,t)$.

b)Determine $\langle x \rangle$ e $\langle \hat{p} \rangle$.
c)Qual é a diferença entre os calculos do item b) com a fase nula (l=0) e com a fase não-nula ($l \neq 0$) ? Sua resposta sugere que interpretação fisica para esse termo?

6. a) Mostre que $\phi(p,t)$ é a função de onda de uma partícula livre na representação dos momentos.
b)Mostre que vale a identidade

$$e^{\frac{i\hat{p}a}{\hbar}}\hat{x}e^{\frac{-i\hat{p}a}{\hbar}} = \hat{x} + a$$

Sugestão:Calcule a ação de cada um dos operadores na representação dos momentos.
3.8 Gasio.