Experiencias que ajudaram a estabelecer a Mecânica Quântica

Introdução

No final do século XIX, a maior parte dos físicos acreditavam que a física teórica tinha sido totalmente descoberta. Assim Kelvin disse que "não havia mais nada a descobrir", só apenas "duas pequenas nuvens" sobravam no céu da física.

A primeira, era o fato que a experiencia de Michelson e Morley indicava a não existência do eter, e por consequência a não existência de um referencial privilegiado onde a velocidade da luz é c. Esta nuvem virou tempestade: Einstein resolveu este problema propondo a relatividade restrita.

A segunda nuvem, era o fato que a mecânica clássica previa resultados diferentes dos observados nas experiencias de corpo negro. Esta nuvem também virou tempestade e foi "acamalda" por Planck com os primeiros conceitos à base da física quântica.

Ambas teorias transformaram radicalmente a física. Além disto, hoje em dia, a mecânica quântica já se incorporou na nossa vida: transistores, supercondutores, fissão nuclear (tunelamento), laser etc. No futuro, devemos ter computadores quânticos, criptografia quântica, etc.

Nas aulas anteriores, estudamos a luz (no sentido amplo) e vimos que podia-se explicar seu comportamento tratando-a como uma onda (por ex. interferência, difrasão).

Agora veremos que a luz também tem comportamento de partícula para explicar fenômenos como a radiação de corpo negro, o efeito fotoelétrico, espectros de linhas dos átomos, etc. Teremos que supor que <u>a luz é emitida sob forma de pacotes de energia</u> chamados fótons.

Como a relatividade, a física quântica é uma generalização da física clássica. Enquanto a relatividade é uma extensão para velocidades grandes (em relação a c), a física quântica é uma extensão para dimensões pequenas. Em ambos casos, nossa intuição será posta em dificuldade.

<u>A radiação de corpo negro</u> (§40.9) (§38.8) nova ed.

Um corpo, em qualquer temperatura, emite radiação eletromagnética ("radiação térmica"), que depende da temperatura $\boxed{e}$ das propriedades do corpo (material, forma, tipo de superfície).

Em temperatura baixa, um corpo emite mais no infravermelho (ex. animais, humanos). Nós não conseguimos aproveitar isto mas existe animais com "visão" no infravermelho (ex. cobra). Quando a temperatura se eleva, o corpo começa a brilhar (no visível) com cor vermelho, depois amarelo-laranja, depois branca.

Existem corpos cuja radiação térmica só depende da temperatura: os corpos negros.

Um exemplo de corpo negro é o interior de um corpo oco com um pequeno orifício, o corpo sendo mantido a temperatura constante. A radiação que escapa do orifício depende só da temperatura do corpo.

No início da década de 1900, essa radiação de corpo negro foi estudada exaustivamente e suas características determinadas.

(i) A intensidade I (média temporal da energia por u. de superfície e tempo) satisfaz

$$\boxed{I = \sigma T^4 \quad \text{(lei de Stefan-Boltzmann} \\ \text{com} \\ \sigma = 5{,}67051\ 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 K^4}}$$

(ii) A emitância espectral é a intensidade por unidade de comprimento de onda, $\mathcal{J}(\lambda)$.

Temos assim

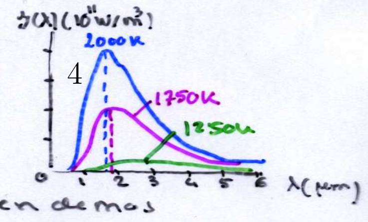
$$I = \int_0^\infty \mathcal{J}(\lambda)\, d\lambda$$

com $\mathcal{J}(\lambda)\, d\lambda$ intensidade no intervalo λ a $\lambda + d\lambda$

Medidas indicam que $\mathcal{J}(\lambda)$ tem um pico num certo λ_m.

Este pico ↗ se T ↗ e ele satisfaz:

$$\boxed{\underbrace{\lambda_m}_{\text{pico de } \mathcal{J}(\lambda) \text{ p/ } T \text{ dado}} T = 2{,}90\ 10^{-3}\ m \times K \quad \text{(lei de deslocamento de Wien)}}$$



[Obs. Como $\lambda_{amarelo} < \lambda_{vermelho}$, entendemos porquê um corpo amarelo é mais quente ($T = \frac{2{,}90\ 10^{-3}}{\lambda_m}$ maior) e brilha mais ($\mathcal{J}(\lambda)$ tem um pico mais alto) do que um corpo vermelho.]

Durante a última década do século XIX, foram realizadas muitas tentativas de explicar as observações descritas acima, com teoria clássica das ondas. Todas falharam.

Por exemplo, a lei de Rayleigh-Jeans

$$\mathcal{I}(\lambda) = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}$$

concorda com os dados experimentais para λ elevados: $\mathcal{I}(\lambda) \to 0$ se $\lambda \to \infty$

mas prevê: $\mathcal{I}(\lambda) \to \infty$ se $\lambda \to 0$, i.e. o oposto do observado. Por isto, esse resultado passou a ser chamado de "catástrofe do ultravioleta".

Pior ainda: $I = \int_0^\infty \mathcal{I}(\lambda)\, d\lambda = \infty$, o que é errado.

Finalmente, em 1900, Planck desenvolveu uma fórmula hoje chamada "lei da radiação de Planck" que concorda muito bem com os resultados experimentais sobre radiação de corpo negro.

Classicamente, a troca de energia entre "osciladores" (moléculas) na parede de uma caixa-corpo negro e a radiação eletromagnética, se dá de forma contínua. Planck postulou que esta troca seria quantizada, valendo $n h f$ (n inteiro ≥ 0, h uma constante hoje chamada constante de Planck e f frequência da onda eletromagnética). Planck achava que isto era um artifício de cálculo. Foi Einstein, cinco anos depois, que identificou hf como a energia de um fóton, quando ele explicou o efeito fotoelétrico. Os resultados de Compton e Bohr, reforçaram esta idéia.

Com sua hipótese, Planck chegou a:

$$g(\lambda) = \frac{2\pi hc}{\lambda^5 (e^{hc/(\lambda kT)} - 1)}$$

com $h = 6{,}6261 \; 10^{-34}$ J s
$= 4{,}136 \; 10^{-15}$ eV s

($k = 1{,}38 \; 10^{-23}$ J/K)

Vemos que:

(i) Se $\lambda \to \infty$:

$$e^{hc/(\lambda kT)} \sim 1 + \left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right)^2 + \dots$$

$$\Rightarrow g(\lambda) \sim \frac{2\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\frac{hc}{\lambda kT}} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} = \text{lei de Rayleigh-Jeans}$$

que está de acordo com os dados para λ grande

(ii) se $\lambda \to 0$:

$g(\lambda) \to 0$, i.e. não tem catástrofe do ultravioleta

(iii) $I = \int_0^\infty g(\lambda)\, d\lambda$ pode ser calculada e é finita:

$I = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} T^4$ ... Além disto $\frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} = \sigma$ daí

$I = \sigma T^4$. Isto significa que a lei de Stefan-Boltzmann é satisfeita.

(iv) Resolvendo $\frac{dg}{d\lambda} = 0$, acha-se uma equação cujo resultado é: $\lambda_m = \frac{hc}{4{,}965 kT}$ i.e.

$\lambda_m = \frac{2{,}90 \; 10^{-3}}{T}$ m×K

Assim, a lei de deslocamento de Wien é também satisfeita.

Assim, a hipótese radical de Planck de quantização da energia nas trocas "parede" do corpo negro - onda eletromagnética permite reproduzir os dados experimentais. (ao invés que supor que a troca se faz de maneira contínua leva a problemas).

Exemplo: radiação térmica do corpo humano

A temperatura da pele do corpo humano é aproximadamente 35ºC. Qual o comprimento de onda da radiação emitida pela pele?

$$\lambda_m = \frac{2,90\ 10^{-3}\ m \times K}{(273+35)K} = 9,40\ \mu m \text{ (infravermelho)}$$

Exemplo: luz do sol

A superfície do sol possui temperatura aproximadamente de 5800K. Como boa aproximação, podemos considerá-lo um corpo negro.

a) Qual é o comprimento de onda que fornece a intensidade do pico?

b) Qual é a potência total irradiado por unidade de superfície?

a) $$\lambda_m = \frac{2,90\ 10^{-3}\ m \cdot K}{T} = 500\ nm$$

Esse comprimento de onda está próximo ao meio do espectro visível. Nossos olhos evoluíram e se adaptaram para usufruir a intensidade máxima da luz na natureza.

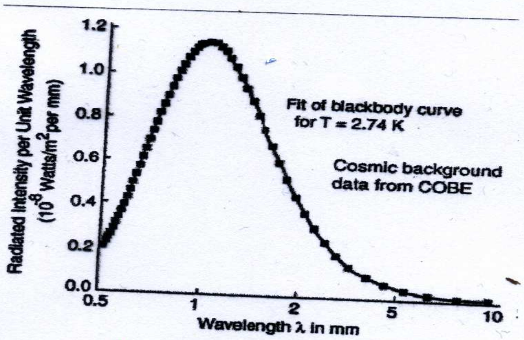
b) $$I = \sigma T^4 = 5,67\ 10^{-8}\ W/(m^2 K^4)\ T^4 = 64.2\ MW/m^2$$

Este valor indica a intensidade na superfície do sol. Quando a potência irradiada atinge a terra, a intensidade cai para $1400\ W/m^2$ porquê a energia da radiação é espalhada sobre uma superfície esférica maior.

Exemplo 3: a radiação de fundo do universo

É comum supor que corpos que emitem radiação (ex. corpo humano, estrela) são corpos negros, para calcular suas propriedades. Talvez mais surpreendente será saber qual é o corpo que mais se aproxima de um corpo negro quando medido: É a radiação de fundo que enche o universo.

Esta radiação foi descoberta em 1964 pelos engenheiros Penzias e Wilson (Bell Lab). Ela foi emitida no passado quando o universo se "diluiu" o suficiente, após a explosão inicial, para permitir que ondas eletromagnéticas possam parar de colidir.



a) Usando os dados obtidos pelo satélite COBE em 1989, calcular a temperatura da radiação de fundo hoje em dia e indicar que tipo de onda é detectado predominantemente.

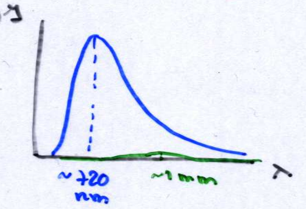
b) A temperatura do universo quando esta radiação foi emitida, era da ordem de 4000K. Devido à expansão do universo, a temperatura hoje é muito menor. Esboçar $y(\lambda, T=4000K)$ na figura anterior.

c) Supondo que o tempo evolui como $t = 1{,}92\,s\left(\frac{T}{10^{10}K}\right)^{-2}$ na época da emissão da radiação, calcular qual era a idade do universo. (Hoje o universo deve ter ~ 10^{10} anos, de modo que a radiação de fundo é uma janela aberta sobre o universo num passado bem distante.)

a) $\lambda_{max} T \sim 0{,}29 \; 10^{-2}$ m·K

$\lambda_{max} \sim 1{,}1$ mm $\Rightarrow T \sim 2{,}6$ K

este λ_{max} corresponde a microondas.

b) 

$$\lambda_{max}^{4000K} = \frac{0{,}29\,10^{-2}}{4000} = 720 \text{ nm}$$

c) $t = 1{,}92 \text{ s} \left(\frac{4000}{10^{10}}\right)^{-2} \sim 600\,000$ anos

(i) Por sua descoberta, Penzias e Wilson receberam um Nobel em 1978. (ii) Mather & Smoot ganharam um Nobel em 2006 por ter observações flutuações nesta radiação, que podem explicar a formação das galáxias.

Observação: a observação desta radiação de fundo, junto com a da observação da expansão do universo e dados sobre nucleosíntese, são as grandes evidências a favor do modelo do Big Bang.

2005

Questão 4

Duas esferas aquecidas, ambas se comportando como corpos negros, irradiam a mesma potência. A mais fria delas tem uma temperatura de superfície T_f e seu raio é a vezes maior do que a mais quente.

(a) (1,0 ponto) Qual é a temperatura T_q da esfera mais quente em termos de T_f e a?

(b) (1,5 ponto) Considere os comprimentos de onda correspondentes aos picos de intensidade. Calcule a razão entre o comprimento de onda de pico emitido pela esfera mais quente e o comprimento de onda de pico emitido pela esfera mais fria.

P3

Física IV

Escola Politécnica - 2005

FAP 2204 - GABARITO DA P3

29 de novembro de 2005

Questão 1

A emitância espectral, ou intensidade espectral, da radiação de corpo negro é dada aproximadamente pela lei de Wien

$$I(\lambda, T) = \frac{A}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{B}{\lambda T}\right),$$

onde T é a temperatura absoluta, e A e B são constantes positivas. Responda as questões abaixo admitindo-se a validade dessa lei para todo λ.

(a) (0,5 ponto) Diga quais devem ser as unidades de A e B, e esboce o gráfico de $I(\lambda, T)$ como função de λ.

(b) (1,0 ponto) Determine o valor do comprimento de onda λ_{max} para o qual a emitância espectral é máxima.

(c) (1,0 ponto) Determine a emitância total I do corpo negro. Dado:

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = 1 \times 2 \times \cdots \times n = n!$$

11

2003

Questão 4

A potência por unidade de área irradiada por um corpo negro, no intervalo de freqüência $[\nu, \nu + d\nu]$ é dada pela fórmula de Planck,

$$I(\nu, T)\, d\nu = \frac{2\pi h\, \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{(h\nu/k_B T)} - 1}\, d\nu.$$

(0,5 ponto) (a) Mostre que no limite de altas freqüências ($h\nu \gg k_B T$) $I(\nu, T)$ se reduz à fórmula de Wien, dada por

$$I(\nu, T) \approx \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/k_B T}$$

(1,5 ponto) (b) Use o resultado do ítem anterior para mostrar que o máximo de intensidade ocorre para uma freqüência ν_{max} tal que $\nu_{max} \,/\, T =$ constante, e determine o valor desta constante.

2012

Questão 4

(I) (1,0 ponto) A superfície do Sol está a uma temperatura de 6000 K, enquanto a superfície da supergigante vermelha Betelgeuse está a uma temperatura de 3000 K. Sabendo que a potência irradiada por Betelgeuse é 40 000 vezes a potência irradiada pelo Sol, determine a razão entre o raio de Betelgeuse e o raio do Sol. Admita que as duas estrelas possam ser tratadas como corpos negros.

(II) Uma lâmpada de luz ultravioleta é coberta com um filtro que permite apenas a passagem de luz de comprimento de onda igual a 400 nm. Quando a luz transmitida incide sobre uma superfície metálica, observa-se um fluxo de elétrons emergindo do metal.

(a) (1,0 ponto) Se a intensidade da luz que atinge a superfície é dobrada,

1. mais elétrons são emitidos por unidade de tempo.
2. os elétrons emitidos têm maior energia.
3. as afirmativas 1 e 2 são falsas.
4. as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.

Justifique sua resposta. Não basta indicar a alternativa correta.

(b) (1,0 ponto) O filtro é substituído por outro que transmite apenas luz com comprimento de onda de 300 nm e a lâmpada é ajustada para que a intensidade luminosa incidindo sobre a superfície permaneça a mesma que para luz de comprimento de onda de 400 nm. Com a luz de comprimento de onda de 300 nm,

1. mais elétrons são emitidos por unidade de tempo.
2. os elétrons emitidos têm maior energia.
3. as afirmativas 1 e 2 são falsas.
4. as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.

Justifique sua resposta. Não basta indicar a alternativa correta.