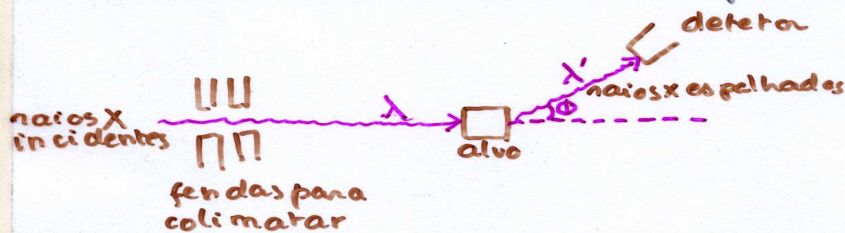


O efeito Compton (§ 40.8)

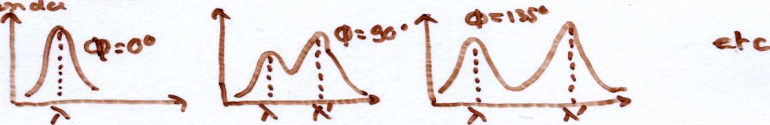
É o espalhamento (= redirecionamento) de raios X por elétrons de um alvo.

Esta experiência, feita por Compton entre 1919 e 1923, forneceu a evidência mais direta das propriedades corpusculares da luz. Ele recebeu o Nobel em 1927 por isto.



Mede-se λ' para vários ϕ e obtém-se o seguinte:

intensidade por unidade de comprimento de onda

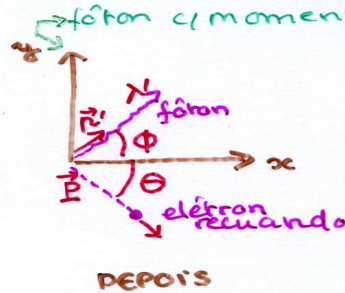
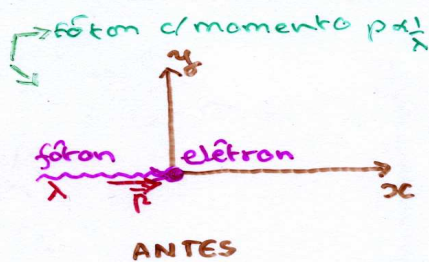


Teoria clássica:

Radiação de comprimento de onda λ incide sobre elétrons livres do alvo (grafite por ex.). Ela os faz oscilar com frequência c/λ , como numa antena. Estes elétrons oscilando emitem radiação com comprimento de onda λ . Assim deveria ter um só pico, em λ , qualquer que seja ϕ . Não se entende a existência do 2º pico.

Explicação quântica de Compton:

Ele tratou a colisão fóton-elétron livre do alvo como uma colisão de ondas de sinuca relativística.



LEMBRETE:

Na mecânica clássica, temos 3 leis de conservação: massa, momento, energia.

Na relatividade restrita, temos 2: massa-energia e momento.

(Na vida de cada dia, as variações de massa são tão pequenas, que se pode conservar separadamente massa e energia. i.e. fazer um tratamento clássico.)

A energia de uma partícula de massa de repouso m é:

$$E = \gamma mc^2$$

e seu momento:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}$$

$$\text{com } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Uma relação útil entre E e \vec{p} é: $E = \sqrt{(mc^2)^2 + (pc)^2}$

Para uma partícula de massa nula como o fóton:

$$E = pc$$

$$v = c \text{ (sempre) no vácuo.}$$

Com isto, escrevemos a conservação de massa-energia para o efeito Compton:

$$E_\gamma + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{e' parado}}}{mc^2} = E_{\gamma'} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{e' recuando}}}{E}$$

$$\Leftrightarrow pc + mc^2 = p'c + \sqrt{(p'c)^2 + (mc^2)^2}$$

$$\Rightarrow [(p-p')c + mc^2]^2 = (p'c)^2 + (mc^2)^2$$

Escrevemos a conservação de momento:

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}$$

$$\Rightarrow p^2 = (\vec{p} - \vec{p}')^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi$$

e substituímos na equação anterior:

$$\begin{aligned} & p^2 c^2 + p'^2 c^2 - 2pp'c^2 + (mc^2)^2 + 2(p-p')mc^2 \\ &= p^2 c^2 + p'^2 c^2 - 2pp'c^2 \cos \phi + (mc^2)^2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (1 - \cos \phi) pp' = (p-p')mc \Leftrightarrow (1 - \cos \phi) = \left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} \right) mc$$

Usando $p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}$, temos:

$$\Delta \lambda = \left(\frac{h}{mc} \right) (1 - \cos \phi) \quad \text{Espalhamento Compton}$$

$\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ (comprimento de onda Compton)

4

Esta equação está de acordo com as observações em magnitude e em dependência angular. Em particular:

$\phi = 0 \Rightarrow \lambda' = \lambda$: colisão razante onde o fóton inicial é apenas espalhado

$\phi = 180^\circ \Rightarrow \lambda' = \lambda + 2\lambda_c$: colisão frontal com o fóton inicial invertendo seu movimento

falta explicar o 1º pico se $\phi \neq 0$. Ele vem da colisão do fóton inicial, não com um elétron livre do alvo mas com um átomo. Neste caso, a massa envolvida é muito grande. fazendo $m \rightarrow \infty$ na fórmula do espalhamento Compton, temos $\lambda' = \lambda$, i.e. o 1º pico.

Exemplo:

Um feixe de raios X de comprimento de onda 0,20 nm é espalhado por um alvo. Os raios X são observados sob um ângulo de 45° em relação ao feixe incidente.

- Calcular o comprimento de onda dos raios X espalhados sob este ângulo
- Achar a fração de energia perdida pelo fóton nesta colisão.

$$a) \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \phi) = 2,43 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 45^\circ) = 7,10 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

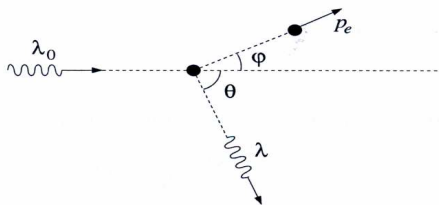
$$\Rightarrow \lambda' = 0,20 \cdot 10^{-9} + 7,10 \cdot 10^{-13} = 0,200710 \text{ nm}$$

$$b) \frac{\Delta E}{E_i} = \frac{-\frac{hc}{\lambda'} + \frac{hc}{\lambda}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} = 0,00354$$

Física IV - 4320402
Escola Politécnica - 2010
GABARITO DA P3
30 de novembro de 2010

Questão 1

Em uma colisão relativística, um fóton com comprimento de onda λ_0 colide com um elétron de massa m_0 em repouso. Após a colisão, indicamos por λ e θ o comprimento de onda e ângulo de espalhamento do fóton e por p_e e φ o módulo do momento e o ângulo de espalhamento do elétron, conforme a figura.



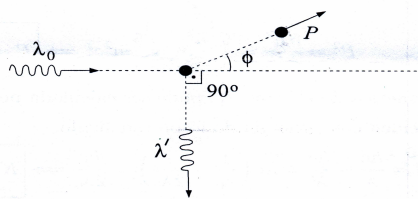
- (a) (1,0 ponto) Escreva as leis de conservação de energia e momento para esta colisão em função de λ_0 , λ , p_e , φ , θ , m_0 , h e da velocidade da luz c .
- (b) (0,5 ponto) Para $\theta = 90^\circ$, calcule o momento do fóton após a colisão em função de λ_0 , m_0 , h e da velocidade da luz c .
- (c) (1,0 ponto) Nas condições do item (b), determine o ângulo de espalhamento do elétron em função de λ_0 , m_0 , h e da velocidade da luz c .

P3

Física IV - 4320402
Escola Politécnica - 2011
GABARITO DA P3
22 de novembro de 2011

Questão 1

Um feixe de fótons com comprimento de onda $\lambda_0 = \frac{h}{mc}$ (m sendo a massa de repouso do elétron e c a velocidade da luz) incide sobre elétrons em repouso. Um fóton do feixe é espalhado em uma direção perpendicular à direção de incidência, conforme a figura. Para as perguntas abaixo, forneça respostas apenas em termos de m e de c .



- (a) (1,5 ponto) Calcule o módulo do momento do elétron, P , após o espalhamento.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a energia cinética desse elétron.

P3

Física IV - FAP2204
Escola Politécnica - 2009
GABARITO DA P3
8 de dezembro de 2009

Questão 1

Numa experiência de espalhamento Compton, um elétron de massa m_0 em repouso espalha um fóton de comprimento de onda $\lambda = 2\lambda_C$, onde $\lambda_C = h/(m_0c)$ é comprimento de onda de Compton do elétron. Após o espalhamento, o fóton perde metade de sua energia.

- (a) (1,0 ponto) Calcule o comprimento de onda do fóton espalhado (expresse seu resultado em função de λ_C apenas) e seu ângulo de espalhamento.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a energia do elétron após a colisão em função de m_0 e c .
- (c) (0,5 ponto) Calcule o comprimento de onda de de Broglie do elétron após a colisão. Escreva seu resultado em função de h , m_0 e c . Observação: utilize o momento relativístico para o elétron.

Física IV

Escola Politécnica - 2008
FAP 2204 - GABARITO DA P3
25 de novembro de 2008

Questão 1

É realizado um experimento onde fótons são espalhados por elétrons livres inicialmente em repouso. São observados os fótons que emergem em um ângulo $\theta = 90^\circ$ relativamente à direção de incidência e os elétrons de recuo correspondentes.

Na solução dos itens abaixo denomine: λ' , o comprimento de onda do fóton espalhado; λ , o comprimento de onda do fóton incidente; ϕ , o ângulo entre o elétron espalhado e a direção de incidência do fóton; \vec{p}_e , o vetor momento linear do elétron espalhado.

- (a) (1,0 ponto) Use a conservação do momento linear para calcular o módulo do momento linear p_e do elétron espalhado em função de h , λ e λ' . Calcule o comprimento de onda de Broglie λ_e do elétron em função de λ e λ' .
- (b) (1,0 ponto) Use a conservação de energia para calcular a energia cinética relativística K_e do elétron em função de h , c , λ e λ' .
- (c) (0,5 ponto) Os elétrons espalhados são completamente freitados por uma diferença de potencial V . Expresse a energia cinética K_e em função apenas da carga e do elétron e de V . Usando o resultado do item (b) e a equação para o efeito Compton, calcule λ e λ' em função de V , h , c , e e do comprimento de onda de Compton λ_c .

Em uma experiência do tipo Compton, um fóton de comprimento de onda λ_0 colide com um elétron em repouso. Após a colisão, é detectado um fóton possuindo comprimento de onda $\lambda' = \lambda_0 + \Delta\lambda$, em uma direção formando um ângulo θ com a direção do fóton incidente.

- (1,0 ponto) (a) Os dados ao lado apresentam os resultados de uma experiência do tipo Compton. Qual foi o comprimento de onda λ_0 usado? (Explique).
- (1,0 ponto) (b) Calcular o valor esperado para $\Delta\lambda$ no caso $\theta = 90^\circ$. Verifique se o resultado está de acordo com os dados mostrados.
- (0,5 ponto) (c) Calcular o valor numérico da perda de energia máxima $\Delta E/E_0$ dos fótons. (E_0 é a energia do fóton antes da colisão.)

$$\text{Dados: } \lambda_c = 0,0243 \text{ \AA}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$$

