intensidade p/ fenda simples

Dividimos a fenda em N zonas de largura Δy. Cada uma contribui com um certo $\vec{E}$ para o campo em P.

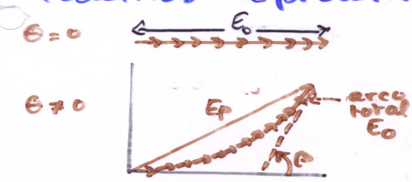
A diferença de percurso entre 2 zonas adjacentes é $\Delta y \,\text{sen}\,\Theta$ e a diferença de fase entre elas é: $\Delta\beta = k\Delta y \,\text{sen}\,\Theta$

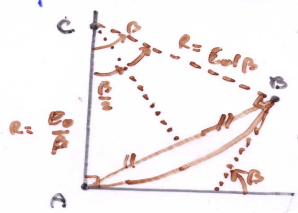
$$= \frac{2\pi}{\lambda}\Delta y \,\text{sen}\,\Theta$$

A diferença de fase entre topo e baixo da fenda é: $\beta = N\Delta\beta = N\frac{2\pi}{\lambda}\Delta y \,\text{sen}\,\Theta$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} a \,\text{sen}\,\Theta$$

Podemos representar o fasor resultante!





(i) Para obter C desenhar as ⊥ às tgtes em A e B

(ii) Mostrar que o ângulo em C é β e o dividir por 2.

$$\begin{cases} I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_p^2 \\ E_p/2 = E_0/\beta \times \text{sen}\,\beta/2 \end{cases} \Rightarrow I = \underbrace{\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2}_{I_{\Theta=0} \equiv I_0}\left(\frac{\text{sen}\,\beta/2}{\beta/2}\right)^2$$

Isto pode ser re-escrito

$$\boxed{I = I_0\left[\frac{\text{sen}\left(\overbrace{\frac{\pi a \,\text{sen}\,\Theta}{\lambda}}^{\beta/2}\right)}{\underbrace{\frac{\pi a \,\text{sen}\,\Theta}{\lambda}}_{\beta/2}}\right]^2}$$

(β em radianos)
: diferença de fase entre topo e baixo da fenda

Os mínimos são fáceis de achar: $\frac{\pi a \,\text{sen}\,\Theta}{\lambda} = m\pi$
$\Leftrightarrow \text{sen}\,\Theta = \frac{m\lambda}{a}$ (como esperado)

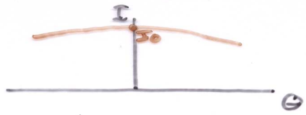
Os máximos são mais complicados de achar:
Se $\Theta \to 0$, $I \to I_0\left(\frac{\Theta}{\Theta}\right)^2 = I_0$ (como esperado)
Para os outros, a solução numérica fornece
$\beta = \pm 2,860\pi \sim \pm 3\pi \Rightarrow I \sim 0,045 I_0$,
$\beta = \pm 4,918\pi \sim \pm 5\pi \Rightarrow I \sim 0,016 I_0$, etc.

Assim $\left\{ \begin{array}{l} \text{sen}\,\theta = m\lambda/a \,, \quad m = \pm 1, \pm 2 \text{ etc para mínimos} \\ \sim \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda/a \,, \quad m = 1, 2 \text{ etc para máximos} \; (\neq 0) \\ \theta = 0 \text{ : máximo central} \end{array} \right.$

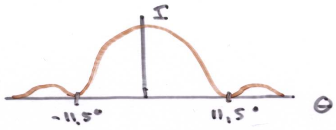
Obs.1: não tem máximo para $\beta \sim \pm\pi \Leftrightarrow \text{sen}\,\theta \simeq \frac{1}{2}\frac{\lambda}{a}$

Obs.2: o primeiro mínimo de cada lado da franja brilhante central é dado por $\text{sen}\,\theta = \lambda/a$.

se $\lambda/a \sim 1$, $\theta_{m=1} \sim 90°$:



se $\lambda \sim a/5$, $\theta_{m=1} \sim \pm 11{,}5°$:



Exemplo:

a) Em uma figura de difração de fenda única, qual é a intensidade em um ponto onde a diferença de fase total entre as ondas provenientes do topo e da parte inferior da fenda é 66 rad?

b) Se este ponto é afastado de 7,0° do máximo central, qual é a largura da fenda?

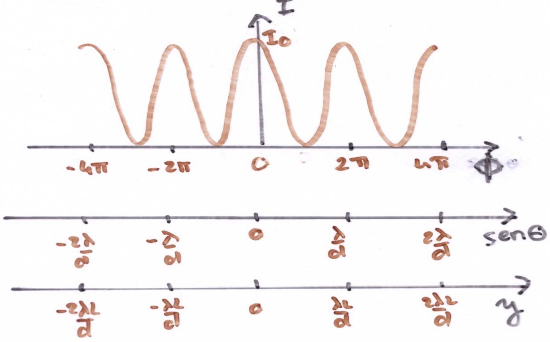
a) Esta diferença de fase é β, i.e. $\beta = 66$ rad. Assim

$$I = I_0\left(\frac{\text{sen}\,33\,\text{rad}}{33\,\text{rad}}\right)^2 = 9{,}2\ 10^{-4}\ I_0$$

b) $\beta = 66\,\text{rad} = \frac{2\pi}{\lambda}\, a\, \underbrace{\text{sen}\,\theta}_{7{,}0°} \Rightarrow a = \frac{\beta\lambda}{2\pi\,\text{sen}\,\theta} = 86\,\lambda$

fenda dupla não estreita

Para fenda dupla estreita vimos que



$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$

com

$\phi = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta$

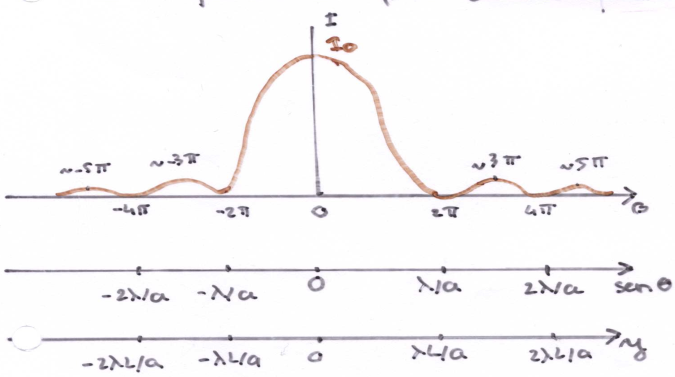
(se fontes em fase)

$\operatorname{sen}\theta \sim y/L$

d = distancia entre fendas

L = distância fendas-anteparo

Para fenda simples (não estreita) vimos que



$I = I_0 \left(\frac{\operatorname{sen}\beta/2}{\beta/2} \right)^2$

com

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta$

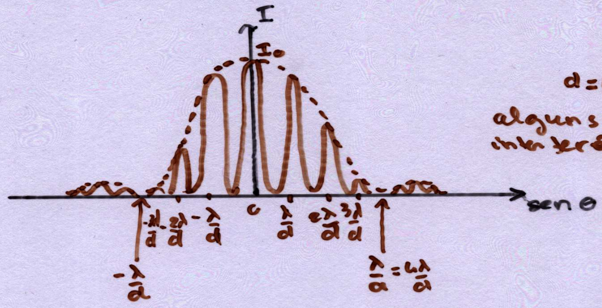
$\operatorname{sen}\theta \sim y/L$

a = largura da fenda

L = dist. fenda-anteparo

Quando supomos fenda dupla estreita, queremos dizer que a largura "a" das fendas satisfaz $a \ll \lambda$ e d. Pois neste caso só haverá interferência e não difração (o 1º mínimo de difração é dado por $\operatorname{sen}\theta = \lambda/a$ mas $\lambda/a \gg 1 \Rightarrow$ a franja central brilhante ocupa todo o anteparo).

Em geral para a luz, não temos $a \ll \lambda$, de modo que a figura de interferência é modulada pela figura de difração:



$d = 4a$

alguns máximos de interferência "somem".

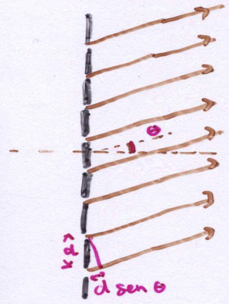
$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left(\frac{\operatorname{sen} \beta/2}{\beta/2} \right)^2$$

com

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta \quad \text{e} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \operatorname{sen}\theta$$

(É isto que vemos com o apontador laser e as lâminas com fenda dupla do labo.)

fenda múltipla estreita ($a \ll \lambda$)



A diferença de caminho em P entre raios de fendas adjacentes é $d \operatorname{sen}\theta$, $\Rightarrow$ terá interferência construtiva em P se: $d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$ com $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

→ os máximos p/ fenda múltipla estreita e fenda dupla estreita são os mesmos. E os mínimos?

Para fenda dupla estreita, tem 1 mínimo entre 2 máximos sucessivos.

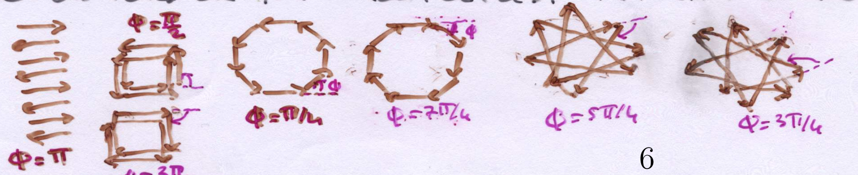
Para fenda múltipla com N fendas estreitas:

(i) entre 2 máximos principais sucessivos existem N-1 mínimos

(ii) os máximos principais são agudos (largura $\propto \frac{1}{N}$)

[Demonstração:

(i) a diferença de caminho entre 2 raios adj. com interferência construtiva em P é $d \operatorname{sen}\theta = m\lambda \Rightarrow$ a defasagem é $\phi = k d \operatorname{sen}\theta = m 2\pi \equiv \phi$. Procuramos os mínimos entre os máximos em 0 ($m=0$) central e 2π ($m=1$). Eles satisfazem $E_P = 0$. Isto pode ser obtido de N-1 maneiras. Por ex. se N=8



6

de modo geral os mínimos são dados por $\phi = m\frac{2\pi}{N}$ com $m = 1, \ldots N-1$

(ii) A energia chegando até um pico é $\propto N$. Por outro lado a intensidade nos picos é $\propto N^2$ (pois $I \propto E_P^2$ e E_P →→→→ nos máx. principais). Para ter conservação de energia a largura dos picos deve ser $\propto \frac{1}{N}$.]

116

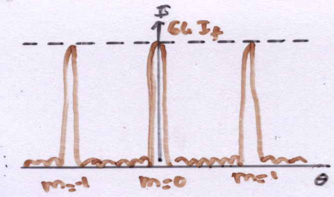
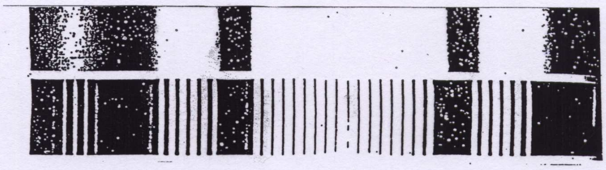


Figura de interferência para N=8 fendas estreitas: pode-se ver os máximos principais e os 7 mínimos entre cada um deles.

Exercícios

① a) Determine as razões d/λ e a/λ para as fotografias mostradas embaixo (em função de L).



b) Para a fenda simples, achar a razão entre a intensidade dos máximos de cada lado da franja brilhante central e a intensidade da franja brilhante central.

Questão 3

Uma rede de difração é formada com N fendas idênticas de largura desprezível em relação à distância d de separação entre elas. Sobre esta rede há incidência normal de luz com dois comprimentos de onda λ_1 e λ_2, próximos entre si, sendo $\lambda_2 > \lambda_1$. Considere o padrão de difração por esta rede em uma tela muito distante do anteparo.

(a) (1,0 ponto) Para a onda de comprimento de onda λ_2, determine o ângulo θ_2 que o máximo principal de ordem m faz com a direção da onda incidente.

(b) (1,0 ponto) Para a onda de comprimento de onda λ_1, determine o ângulo θ_1 que o primeiro mínimo depois do máximo principal de ordem m faz com a direção da onda incidente.

(c) (0,5 ponto) Determine o "poder de resolução cromático" $\lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1)$ desta rede de difração, em termos do número de fendas N e da ordem do espectro m.

Dado: $I = I_0 \left[\frac{\text{sen}(N\phi/2)}{\text{sen}(\phi/2)}\right]^2, \quad \frac{\phi}{2} = \pi \frac{d\,\text{sen}\,\theta}{\lambda}.$

8

2009

Questão 2

Uma fenda de largura a é iluminada por luz branca, emitida por uma fonte coerente situada a uma grande distância da fenda. A luz difratada é observada em uma tela distante (as condições de *difração de Fraunhofer* são satisfeitas).

(a) (1,0 ponto) Para qual valor de a o *primeiro mínimo* de uma componente vermelha ($\lambda = 628$ nm) ocorrerá em um ângulo $\theta = \pi/100$ rad? Lembre-se que para $\theta << 1$, $\text{sen}\theta \approx \theta$.

(b) (1,0 ponto) Uma componente da luz branca, de comprimento de onda λ', produz o *primeiro máximo lateral* de difração em $\theta = \pi/100$ rad. Utilizando o valor da largura da fenda determinado no item (a), calcule o comprimento de onda λ'. Observação: use a aproximação de que um máximo lateral está situado à meia distância de dois mínimos adjacentes.

Qual é a energia dos fótons individuais da componente λ'? Dado: constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

(c) (0,5 ponto) Determine a razão entre a intensidade do primeiro máximo lateral e a intensidade I_0 do máximo central produzidos por λ'.

9

2008

Questão 3

Duas fendas de largura a estão separadas por uma distância $d = 4a$ (distância entre os centros das fendas). As fendas são igualmente iluminadas por uma luz coerente monocromática de frequência f_0. Num anteparo situado diante das fendas a uma distância $D >> d$, são observados os efeitos da interferência e da difração.

(a) (0,5 ponto) O primeiro mínimo de difração no anteparo está situado a um ângulo $\theta = 30°$ em relação à direção normal às fendas. Qual é o comprimento de onda da luz incidente em termos da largura das fendas?

(b) (0,5 ponto) Qual é a abertura angular do principal máximo de difração (o ângulo entre os dois mínimos que delimitam este máximo)? Explique.

(c) (1,0 ponto) Quantas regiões iluminadas atribuídas à interferência entre as duas fendas são observadas na região compreendida pelo máximo principal de difração?

(d) (0,5 ponto) Se a luz coerente proveniente de cada uma das fendas possuísse entre elas uma diferença de fase de 180°, qual será a intensidade luminosa em $\theta = 0°$?