

Os números dos capítulos, das seções e dos exercícios são os da 12^a edição do livro Física III de Sears e Zemansky. Os números entre parênteses se referem aos capítulos, às seções e aos exercícios correspondentes da 10^a edição.

Capítulo 31(32): Corrente Alternada

- Número de aulas: 3 aulas de 30/7 a 7/8
- Seções do livro texto: 31.1 *Fasor e Corrente Alternada; 31.2 Resistência e Reatância; 31.3 O Circuito RLC em Série; 31.4 Potência em Circuitos de Corrente Alternada e 31.6 Transformadores (32.1 a 32.7)*
- Exercícios sugeridos: 31.2(32.2), 31.9(32.5), 31.11(32.7), 31.14(32.12), 31.19(32.17), 31.27(32.21), 31.29(32.23), 31.33(32.25), 31.36(32.28), 31.37(32.29), 31.49(32.39), 31.50(32.40), 31.52(32.42), 31.68(32.56).

Seção 29.7(29.10): Corrente de deslocamento e equações de Maxwell

- Número de aulas: 1 aula de 8/8 a 9/8
- Seção do livro texto: 29.7(29.10)
- Exercícios sugeridos: 29.36(29.37), 29.38(29.39), 29.72(29.69).

Capítulo 32(33): Ondas Eletromagnéticas

- Número de aulas: 4 aulas de 13/8 a 23/8
- Material Extra: *Forma Integral e Diferencial das Equações de Maxwell*
- Seções do livro texto: 32.1 *Equações de Maxwell e Ondas Eletromagnéticas; 32.2 Ondas Eletromagnéticas Planas e a Velocidade da Luz; 32.3 Ondas Eletromagnéticas Senoidais; 32.4 Energia e Momento Linear em Ondas Eletromagnéticas e 32.5 Ondas Eletromagnéticas Estacionárias (33.1 a 33.7)*
- Exercícios sugeridos: 32.6(33.4), 32.9(33.5), 32.16(33.16), 32.28(33.14), 32.31(33.25), 32.33(33.23), 32.34(33.26), 32.42(33.29), 32.44(33.44), 32.46(33.36).

P1 em 28 de agosto às 13:10

Correntes alternadas (§32.1 a 32.7 no S.32.III)

①

Introdução:

Porquê? muitos dos nossos eletrodomésticos funcionam com correntes alternadas (a.c.)

Como? primeiro estudaremos circuitos com R, L e C separadamente, depois juntos em série.

Obs.: algumas coisas aprendidas para corrente contínua na Fís. III ainda se aplicam, outras são novas (ex. ressonância).

fase e corrente alternada

Nesta aula e a próxima, farei as derivações usando fases (o enfoque do livro). Depois, mostrarei como reabrem tudo com números complexos.

Círcuito de corrente alternada = combinação de componentes (R, L e/ou C) e um gerador que proporciona uma corrente alternada.

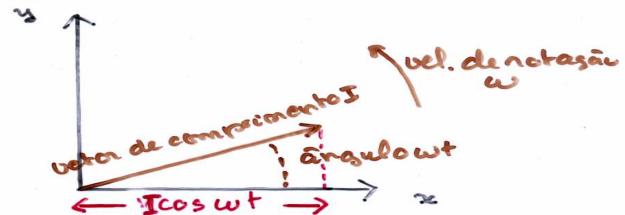
A corrente alternada é da forma:

$$i = I \cos \omega t$$

depende do tempo amplitude freq. angular
(em rad./s)

Obs.: $f = \frac{\omega}{2\pi}$ (s⁻¹) e $T = \frac{1}{f}$ (s)

Podemos a representar com um faser (= vetor girante) (2)



A projeção deste faser sobre o eixo α é
 $I \cos \omega t \equiv i$

Como i depende de t , queremos ter uma ideia do seu valor médio durante um período T .

O valor médio de uma função periódica é

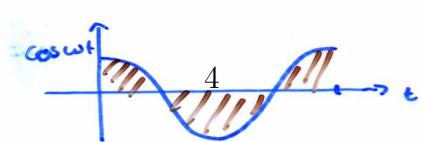
$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Como $i = I \cos \omega t$, temos:

numericamente

$$\begin{aligned} \bar{i} &= \frac{1}{T} \int_0^T \cos \omega t dt \\ &= \frac{1}{\omega T} [\sin \omega t]_0^{T=2\pi/\omega} \\ &= \frac{1}{\omega T} [\sin 2\pi - \sin 0] = 0 \end{aligned}$$

graficamente



$\int \cos \omega t dt = \text{área hachurada}$
 (a parte de cima é cancelada
 pela de baixo) = 0

De modo geral $\overline{\cos \omega t} = \overline{\sin \omega t} = 0,5\omega$

Assum $\bar{t}=0$ não traz informações.
 ⇒ É comum olhar então:

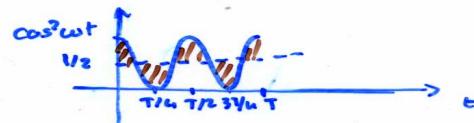
(3)

$$I_{qm} = \sqrt{\frac{I^2}{T}} : \text{corrente quadrática média}$$

numericamente

$$\begin{aligned} I_{qm} &= \sqrt{\frac{I^2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t dt} \\ &= \sqrt{\frac{I^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (1 + \cos 2\omega t) dt} \\ &= \sqrt{\frac{I^2}{2T} \left(\int_0^T 1 dt + \int_0^T \cos 2\omega t dt \right)} \\ &= \frac{I}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

graficamente



a curva é simétrica em relação a $t^{1/2} \Leftrightarrow \cos^2 \omega t - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos^2 \omega t = \frac{1}{2}$
 daí
 $I_{qm} = \sqrt{I^2 \cos^2 \omega t} = \frac{I}{\sqrt{2}}$

Vemos que $I_{qm} = I/\sqrt{2}$.
 isto é geral.

$$\text{Qualquer } f = F \cos \omega t \text{ tem } F_{qm} = \sqrt{\frac{F^2}{T}} = \frac{F}{\sqrt{2}}$$

Obs 1: os multímetros normalmente fornecem o valor quadrático médio (cuidado no labo.)

Obs 2: quando dizemos que a voltagem em casa é 120V, queremos diger $V_{qm} = 120V$.

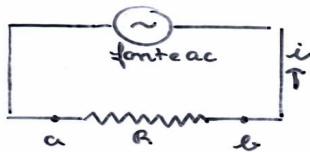
Assim o valor máximo (amplitude) é $V = \sqrt{2} V_{qm} = 170V$ e como função do tempo, a voltagem é $v = V \cos \omega t$ (com $\omega = 2\pi \times \frac{60}{\text{segs}} = 377 \text{ rad/s}$).

Obs 3: às vezes, fala-se do valor da corrente retificada média: $i_{\text{m}} = I |\cos \omega t|$ e $I_{nm} = \overline{i_{\text{m}}} = \frac{2I}{\pi}$ (pode ser mostrado numericamente)

(6)

Resistência, reatância indutiva, reatância capacitiva

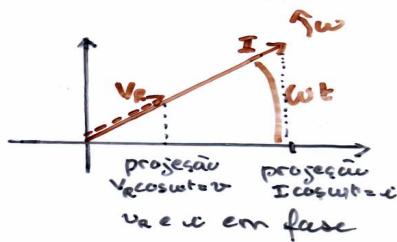
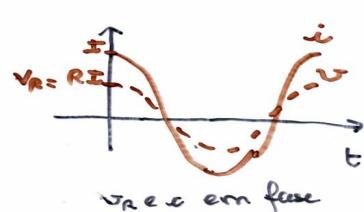
① Resistor em um circuito AC



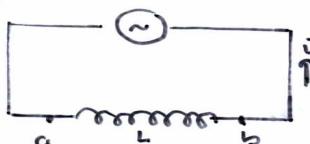
$i = I \cos \omega t$ muda de sentido com o tempo. (Contrário ao positivo o sentido anti-horário)

$$\begin{aligned} \text{Pela lei de Ohm: } V_R &\equiv V_{ab} \equiv V_a - V_b \\ &= RI = RI \cos \omega t \equiv V_R \cos \omega t \end{aligned}$$

$\Rightarrow V_R$ e i estão em fase e suas amplitudes são relacionadas por $V_R = RI$.



② Indutor em um circuito AC



$i = I \cos \omega t$ varia com o tempo
 \Rightarrow aparece uma tensão induzida em L

$$\text{Lembrete: } L \equiv \frac{\Delta \Phi}{i} \Rightarrow N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt} = - \mathcal{E}_L \quad (\text{lei de Faraday})$$

Queremos relacionar $V_L \equiv V_{ab} = V_a - V_b$ e \mathcal{E}_L .

Supomos $i > 0$ (anti-horário) e crescente.

$\Rightarrow \mathcal{E}_L$ se opõe a isto e tem sentido oposto de i : $- \mathcal{E}_L$

\Rightarrow o potencial em a é mais alto do que em b

$$\Rightarrow V_L = V_a - V_b = L \frac{di}{dt}$$

(5)

Pode-se verificar que isto vale em todas as situações
($c > 0$ e $\tau \neq 0$)

$$v_L = v_a - v_b = L \frac{di}{dt} \quad \begin{matrix} a \\ \xrightarrow{\text{amplio}} \\ b \end{matrix}$$

assim $v_L = L \frac{d}{dt} (I \cos \omega t) = -I \omega L \sin \omega t = I \omega L \cos(\omega t + 90^\circ)$

$\Rightarrow v_L$ está desfasada de 90° em relação a i e sua amplitude é $V_L = \omega L I \equiv X_L I$ com $X_L = \omega L$
 X_L se chama reatância indutiva e tem unidade de Ohm.

Obs. importante: temos $V_L = X_L I$ (relação entre amplitudes) mas $v_L \neq X_L i$ (pois v_L e i não estão em fase)



v_L atinge seu máximo I (um quarto de ciclo) antes de i .

$$\omega \frac{T}{4} = \omega \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

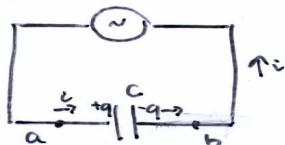


Obs.: $X_L = \omega L$ e $V_L = X_L I \Rightarrow$ se $\omega \rightarrow \infty$, $I = V_L/X_L \rightarrow 0$: uma voltagem de frequência alta aplicada ao indutor produz uma corrente pequena.
Isto é:

os indutores podem ser usados para bloquear frequências elevadas. Neste caso, eles são filtros "passa-baixo".

④

③ Capacitor em um circuito AC



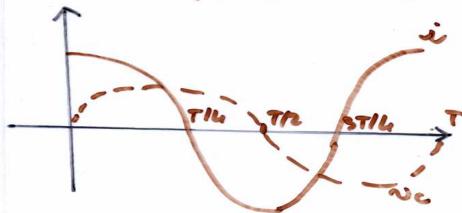
(Não há transporte de carga entre as placas mas como a corrente muda de sentido, elas se carregam e descarregam como se houvesse uma corrente entre elas)

Queremos calcular $v_c = v_a - v_b$.

$$\begin{cases} i = \frac{dq}{dt} = I \cos \omega t \Rightarrow q = \frac{I}{\omega} \sin \omega t = \frac{1}{\omega} \\ v_c = \frac{q}{C} \end{cases} \quad v_c = \frac{I}{\omega C} \sin \omega t = \frac{I}{\omega C} \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$\Rightarrow v_c$ está atrasada de 90° em relação a i e sua amplitude é $V_c = \frac{I}{\omega C} = X_C I$ com $X_C = \frac{1}{\omega C}$
 X_C se chama reatância capacitiva e tem como unidade o Ohm

Obs. importante: $V_c = X_C I$ mas $V_c \neq X_C i$



V_c atinge seu máximo $\frac{T}{4}$ após i



Obs. $X_C = \frac{1}{\omega C}$ e $V_c = X_C I \Rightarrow$ se $\omega \rightarrow 0$, $I \rightarrow 0$: os capacitores podem ser usados para bloquear frequências baixas. Neste caso, eles agem como filtros "passa-alto".

(7)

Resumo

$$i = I \cos \omega t$$

Elemento	Relação entre amplitudes	Grandeza do circuito	Fase de v
Resistor	$V_R = RI$	R	: em fase com i
Indutor	$V_L = X_L I$	$X_L = \omega L$: adiantado 90° em relação a i
Capacitor	$V_C = X_C I$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$: atrasado 90° em relação a i

Obs. nestes 3 casos já é a ddp respetivamente de R, L ou C mas também da fonte (lei das malhas)

Exemplo:

$$R = 200 \Omega$$

$$C = 5,0 \mu F$$

$$V_R = (1,20 V) \cos \left[(2500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) t \right]$$

a) corrente no circuito?

$$I = \frac{V_R}{R} = (6,00 \cdot 10^{-3} \text{ A}) \cos \left[(2500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) t \right]$$

b) voltagem através do capacitor?

$$V_C = V_C \cos(\omega t - 90^\circ) \quad \text{com } V_C = X_C I \quad \text{e } X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\begin{aligned} \text{Temos } I &= 6,00 \cdot 10^{-3} \text{ A} \quad (\text{da a)} \\ \Rightarrow V_C &= (0,48 \text{ V}) \cos \left[(2500 \frac{\text{rad}}{\text{s}}) t - \frac{\pi}{2} \text{ rad} \right] \end{aligned}$$

Exercícios

8

- ① Calcular o valor médio e o valor quadrático médio da voltagem seguinte:



S: Q20 cap.33

- ② Mesma pergunta do que o ① para:



S: 33.1

- ③ Uma fonte de potência alternada tem uma voltagem de pico $V_m = 100V$. Esta fonte está ligada a um resistor $R = 24\Omega$. A corrente e a voltagem no resistor são medidas por um amperímetro ideal e um voltmetro ideal. Qual é a leitura de cada instrumento? S33.3

- ④ Num circuito de c.a. puramente indutivo, a fonte de potência alternada tem voltagem de pico $V_m = 100V$. Se a corrente de pico no circuito for $7.5A$ na frequência de $50Hz$, calcular a indutância. S33.5

- ⑤ Um capacitor de $58\mu F$ está ligado a uma fonte de potência de $60Hz$, com uma voltagem média quadrática de $20V$. Qual é a corrente máxima que aparece em qualquer das placas do capacitor? S33.19