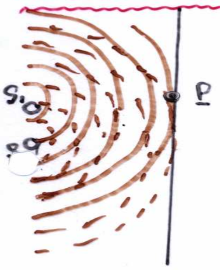
Intensidade das figuras de interferência

Nos já aprendemos a calcular a posição das franjas brilhantes e escuras produzidas pela interferência de ondas eletromagnéticas vindo de duas fontes (pontuais, monocromáticas, coerentes, de mesma polarização, mesma amplitude). Agora queremos calcular a intensidade das franjas.



Precisamos calcular E_P a amplitude do campo elétrico resultante em P pois:

$$I = \langle|\vec{S}|\rangle = \langle \frac{EB}{\mu_0} \rangle = \frac{E_P^2}{\mu_0 c}\langle \cos^2 \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_P^2$$

Se S_1 e S_2 estão em fase, as ondas que chegarem P vindo de S_1 e S_2 possuem uma diferença de fase $\phi \propto r_2 - r_1$.

Os campos chegando em P são do tipo:

$$E_1(t) = E\cos(\omega t + \phi)$$
$$E_2(t) = E\cos\omega t$$

MÉTODO ALGÉBRICO P/ OBTER E_P

O campo resultante em P é:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E[\cos(\omega t + \phi) + \cos\omega t]$$
$$= 2E\cos\frac{\phi}{2} \cdot \cos(\omega t + \frac{\phi}{2})$$

[Usando $\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$] 2

Vemos que $E_P = 2E|\cos\frac{\phi}{2}|$

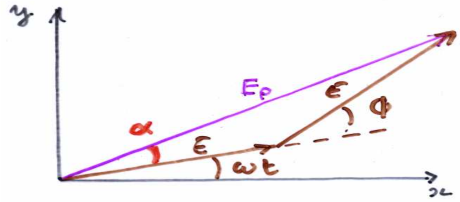
Ela vale:

$E_P = 2E$ se $\phi = 0$ → interf. construtiva

0 π destrutiva.

(entre 0 e 2E para os outros ϕ's)

MÉTODO DOS FASORES P/ OBTER E_P



$$E_P^2 = E^2 + E^2 + 2E^2\cos\phi$$

$$= 2E^2(\underbrace{1+\cos\phi}_{2\cos^2\frac{\phi}{2}})$$

$$= 4E^2\cos^2\frac{\phi}{2} \Rightarrow E_P = 2E\left|\cos\frac{\phi}{2}\right|$$

como antes.

[Vemos também que a fase α do fasor resultante é $\alpha = \phi/2$ como deve ser, de modo que $E(t) = 2E|\cos\phi/2|\cos(\omega t + \phi/2)$]

Regras gerais p/ obter a resultante de várias ondas de mesma frequência:

1) desenhar os fasores com o final de um no início do seguinte

2) o fasor resultante é a soma vetorial dos fasores individuais e sua projeção no eixo horizontal é a onda resultante

$$E_1(t) + E_2(t) + \cdots = E_P\cos(\omega t + \alpha)$$

com E_P módulo do fasor resultante

α ângulo entre fasor resultante e 1º fasor

CÁLCULO DE ϕ

sabemos que $\phi \propto r_2 - r_1$. Como r_1 e r_2 sempre aparecem multiplicados por k mas devemos ter:

$$\boxed{\begin{aligned}\phi &= k(r_2 - r_1)\\ &= k\, d\,\text{sen}\,\theta\\ &= \frac{2\pi}{\lambda} d\,\text{sen}\,\theta\end{aligned}}$$

fontes em fase

(aprox. de raios paralelos se $L \gg d$)

obs.: se houver algum material entre as fontes e o ponto de observação, deve-se usar:

$$\lambda = \frac{\lambda_{vac}}{n} \quad (f \text{ não muda})$$

(além disto: $v = \lambda f = \frac{\lambda_{vac} f}{n} = \frac{c}{n}$)

-ALCULO DA INTENSIDADE

$$I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_p^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c \, 4E^2 \cos^2\frac{\phi}{2}$$

Chamando I_0 a intensidade se $\phi = 0$ temos

$$\boxed{\begin{aligned} I &= I_0 \cos^2\frac{\phi}{2} \\ &= I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta\right) \quad \text{(fontes em fase com } L \gg d\text{)} \\ &= I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \frac{y}{L}\right) \quad \text{(fontes em fase com } L \gg d \text{ e } \theta \text{ pequeno)} \end{aligned}}$$

Obs.:

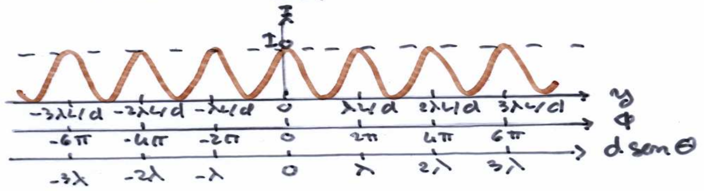
i) Como esperado (fontes em fase) as franjas brilhantes ocorrem para $\frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta = m\pi$

$\Leftrightarrow d \operatorname{sen}\theta = m\lambda$ com $m = 0, \pm 1, \ldots$

escuras ocorrem para $\frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta = (m + \frac{1}{2})\pi$

$\Leftrightarrow d \operatorname{sen}\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$

ii) Todas as franjas brilhantes tem a mesma intensidade I_0.



EXEMPLO:

2 fontes espaçadas de 10 m emitem com $f = 60\,MHz$

Na direção x, a uma distância de 700 m, $I = 0{,}020\,W/m^2$

a) valor de I p/ $\theta = 4{,}0°$?

b) θ (~0) tal que $I = I_0/2$

c) θ's tais que $I = 0$

Sobre Ox, $\theta = 0$

$\Rightarrow I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\theta\right) = I_0 = 0{,}020\,W/m^2$

Além disto: $\lambda = c/f = 3\,10^8 / 6\,10^7 = 5\,m$ e $d = 10\,m$

Assim a expressão geral de I é: $I = 0{,}020 \cos^2(2\pi \operatorname{sen}\theta)$

a) Se $\theta = 4{,}0$, $I = 0{,}020 \cos^2(2\pi \operatorname{sen} 4°) = 0{,}01\,W/m^2$

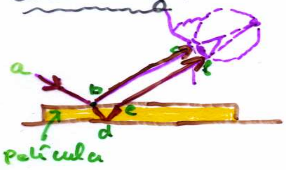
b) $I = I_0/2 \Leftrightarrow \cos(2\pi \operatorname{sen}\theta) = \pm 1/\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\pi \operatorname{sen}\theta = \pm\pi/4 \Leftrightarrow \theta = \pm 7{,}2°$

c) $I = 0 \Leftrightarrow (2\pi \operatorname{sen}\theta) = \pm\frac{\pi}{2}, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2 \Leftrightarrow \operatorname{sen}\theta = \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{3}{4}, \cancel{\pm\frac{5}{4}} \Leftrightarrow \theta = \begin{cases} \pm 14{,}5° \\ \pm 48{,}6° \end{cases}$

interferência em películas finas

DESCRIÇÃO DO FENÔMENO

Costumamos ver faixas brilhantes coloridas quando a luz é refletida em bolhas de sabão ou películas de óleo flutuando sobre a água. este efeito é produzido pela interferência da luz:



o raio de luz incidente e refletido abc e o raio incidente, transmitido e refletido abdef podem interferir construtivamente dependendo da sua diferença de fase.

(A diferença de fase depende de λ $\Rightarrow$ a interferência pode ser construtiva p/ certas cores e não para outras.)

MUDANÇA DE FASE NA REFLEXÃO

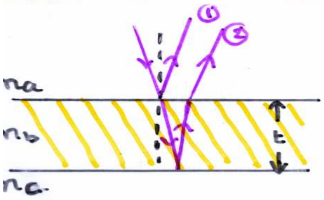
Para calcular diferenças de fase, precisamos saber o que acontece quando uma onda eletromagnética passa de um meio "a" a outro "b" (ambos não condutores). Usando as equações de Maxwell pode-se mostrar que o campo elétrico refletido satisfaz:

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i \quad \text{(incidência perpendicular)}$$

assim:

$n_a > n_b$	$\Rightarrow$	E_r e E_i tem mesmo sinal não há mudança de fase "a impõe sua fase"
$n_a = n_b$	$\Rightarrow$	$E_r = 0$. a onda incidente "não vê" a interface
$n_a < n_b$	$\Rightarrow$	E_r e E_i tem sinais opostos há mudança de fase

CONDIÇÕES DE INTERFERÊNCIA CONSTRUTIVA E DESTRUTIVA NUMA PELÍCULA FINA



A diferença de caminhos percorrido entre ① e ② (p/ incidência ~⊥) é $2t$. Além disto pode haver mudança de fase de ① ou ② seguindo os valores de n_a, n_b, n_c

INCIDÊNCIA ~PERPENDICULAR

A condição de interferência construtiva entre ① e ② é:

$$2t = m\lambda \quad \text{com } m = 0, 1, 2 \ldots$$ (sem diferença de fase relativa)

e p/ interferência destrutiva

$$2t = (m + \tfrac{1}{2})\lambda$$ (sem diferença de fase relativa)

se houver diferença de fase de 180°; construtiva ⟶ $(m+\frac{1}{2})\lambda$
destrutiva ⟶ $m\lambda$

DICAS

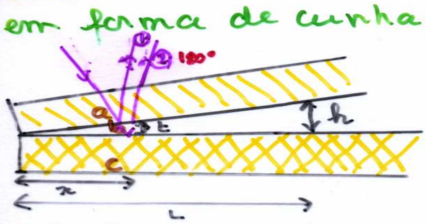
(1) Localizar a película fina e suas interfaces com os outros meios. Desenhar os raios refletidos e transmitidos por estas interfaces. [Para películas grossas, os efeitos de interferência em geral são desprezíveis.]

(3) Verificar onde vai haver mudança de fase e escrever isto no raio final

(2) Não confundir reflexão e transmissão

(4) Usar $\lambda = \frac{\lambda_{vac}}{n}$ quando $n \neq 1$.

em forma de cunha



A película fina é o meio b. Há outros raios refletidos e transmitidos mas desenhamos os que nos interessam.

Estudamos o caso $n_a = n_c > n_b$.

O raio ① passa do meio a ao b sendo refletido com $n_a > n_b$ $\Rightarrow$ não muda fase.

O raio ② é transmitido do meio a ao b e é refletido pelo c com $n_b < n_c$ $\Rightarrow$ há mudança de fase de 180° como indicado na figura.

Assim a condição p/ interferência construtiva é:

$$2t = \left(m + \tfrac{1}{2}\right) \lambda_n$$

e destrutiva: $2t = m \lambda_n$

Usando $\frac{x}{t} = \frac{L}{h}$ podemos calcular a localização das franjas:

$$x = \begin{cases} t\,\dfrac{L}{h} = \dfrac{L}{2h}\left(m + \tfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_{vac}}{n} & \text{brilhantes} \\[2ex] \dfrac{L}{2h}\, m\, \dfrac{\lambda_{vac}}{n} & \text{escuras} \end{cases}$$

daí:

Obs.1: quando a luz incidente for branca, haverá franjas de várias cores

Obs.2: se $n_a < n_b < n_c$ por ex., ambos ① e ② tem mudança de fase de 180° e a linha de contato ($t = 0$) tem franja brilhante.

Obs.3: se $n_a = n_c < n_b$: mesmas fórmulas do que $> n_b$

APLICAÇÕES

① Bolha de sabão

$n_a = n_c = 1$ (ar)

$n_b = 1{,}33$ (água com sabão)

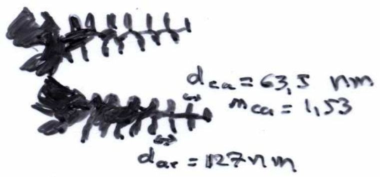
Este é a situação da obs. 3 acima de modo que:

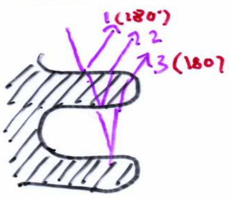
$$2t = \begin{cases} (m+\frac{1}{2})\lambda_n & : \text{const.} \\ m\lambda_n & : \text{dest.} \end{cases}$$

Na bolha de sabão VERTICAL, fina, t é pequena na parte superior ⇒ isto parece mais escuro. Nas outras partes, conforme t varia, se vê outras cores.

② Asas da borboleta morpho

Ela tem uma estrutura em camadas sobre suas asas que as fazem parecer azul-verde brilhante para nós.

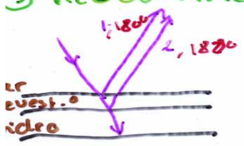




Para 1 e 2, a interferência construtiva ocorre se $2t = (m+\frac{1}{2})\frac{\lambda_{vac}}{n_{ca}} \Rightarrow \lambda_{vác} = \frac{2 d_{ca} n_{ca}}{m+1/2} \leq 188$ nm i.e. não enchergamos isto

Para 1 e 3, a interferência construtiva ocorre se $2t = 2d_{ca}n_{ca} + 2d_{ar} = m\lambda_{vac} \Rightarrow \lambda_{vac} = 448$ nm (m: isto é um comprimento de onda que enchergamos, é o azul.

③ Revestimento anti-refletor para lentes



$n_{ar} = 1$
$n_{rev.} = 1{,}38$
$n_{vi} = 1{,}52$

interf. const. : $2t = m\lambda$
dest. : $2t = (m+\frac{1}{2})\lambda$

Usando $\lambda = 550nm$ (verde-amarela, cor ao qual nosso olho é + sensível) e $t = \frac{\lambda}{4}$, vemos que 1 e 2 tem interferência destrutiva. Isto permite reduzir a reflexão da lente (e aumentar a transmissão)

④ Revestimento anti-refletor para células solares. mesmo princípio do que ③.

⑤ Revestimento refletor: $t = \lambda/4$, $n_{rev.} > n_{vi}$.

⑥ Anéis de Newton

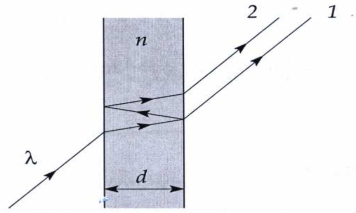
Película = camada de ar
As franjas são circulares (ver. exercícios)

isto pode ser usado para verificar que a curvatura de uma lente está perfeitamente simétrica (se não, os anéis são deformados).

2010

Questão 2

Um filme fino de um material transparente com espessura d e índice de refração $n > 1$ é suspenso no ar (considere $n_{ar} = 1$). Luz monocromática plana de comprimento de onda λ (valor no vácuo) incide perpendicularmente sobre o filme e a luz transmitida é observada do outro lado do filme.



(a) (1,5 ponto) Considere a interferência entre a onda 1 transmitida diretamente com a onda 2 que sofre duas reflexões, como indicadas na figura (para facilitar a visualização a figura foi desenhada para uma incidência oblíqua, mas a resolução deve-se limitar ao caso da incidência normal). Derive e justifique as condições de interferências construtivas e destrutivas de transmissão em termos da espessura d do filme, do comprimento de onda λ e do índice de refração n.

(b) (0,5 ponto) Qual é a espessura mínima $d_{mín} > 0$ do filme em que o máximo de transmissão (interferência construtiva) é observado quando $n = 1,3$ e $\lambda = 520$ nm?

(c) (0,5 ponto) Para $n = 1,3$ e para a espessura $d_{mín}$ do filme encontrada no item (b) existem outros máximos de transmissão no espectro visível ($400\text{nm} \leq \lambda \leq 700\text{nm}$)?

10

P2

Física IV

Escola Politécnica - 2009

FAP 2204 - GABARITO DA P2

6 de novembro de 2009

Questão 1

Uma película de óleo de silicone flutuando sobre água é iluminada por uma luz branca a partir do ar. A luz refletida perpendicularmente até um ponto P acima da película é observada. Os índices de refração do ar (n_{ar}), da água ($n_{\text{água}}$) e do óleo ($n_{\text{óleo}}$) são praticamente independentes do comprimento de onda no intervalo do espectro visível $380\,\text{nm} < \lambda < 750\,\text{nm}$. São dadas a espessura $d > 0$ da película, o índice de refração do ar $n_{\text{ar}} = 1$ e que $n_{\text{ar}} < n_{\text{água}} < n_{\text{óleo}}$.

(a) (0,5 ponto) Para luz de comprimento de onda λ (no vácuo), calcule a diferença de fase no ponto P entre as ondas refletidas nas interfaces ar-óleo e óleo-água em termos de d, λ e $n_{\text{óleo}}$.

(b) (1,0 ponto) Determine as condições para que ocorra interferência construtiva e destrutiva no ponto P em termos de d, λ e $n_{\text{óleo}}$.

(c) (0,5 ponto) Determine o comprimento de onda máximo, λ_{max}, acima do qual não ocorrem interferências construtivas. Escreva sua resposta em termos da espessura d e do índice de refração $n_{\text{óleo}}$ da película.

(d) (0,5 ponto) Determine a espessura $d_0 > 0$ abaixo da qual nenhum comprimento de onda do espectro visível será intensificado. Expresse a resposta em termos de $n_{\text{óleo}}$.

2008

Questão 2

Uma película de sabão, suspensa na vertical no ar, é iluminada pela luz solar cuja faixa de emissão no visível se situa entre 440 e 690 nanômetros. A película tem espessura de 330 nanômetros. Considere que a luz incide quase normalmente e que o índice de refração do ar é 1 e o da solução água-sabão é 4/3.

(a) (1,0 ponto) Na reflexão da luz solar pela película qual é o comprimento de onda no espectro visível que interfere construtivamente?

(b) (0,5 ponto) Com o decorrer do tempo a espessura da película tende a diminuir e a película muda de cor. Para quais espessuras da película a luz de cor violeta (440 nanômetros) interfere construtivamente?

(c) (1,0 ponto) Repita o item (a) para uma película de água e sabão de espessura igual a 390 nanômetros depositada sobre uma superfície de vidro com índice de refração igual a 1,4.