Capítulo 31(32): Corrente Alternada

- Número de aulas: **3 aulas** de 1/8 a 9/8
- Seções do livro texto: *31.1 Fasor e Corrente Alternada; 31.2 Resistência e Reatância; 31.3 O Circuito RLC em Série; 31.4 Potência em Circuitos de Corrente Alternada e 31.6 Transformadores (32.1 a 32.7)*
- Exercícios sugeridos: 31.2(32.2), 31.9(32.5), 31.11(32.7), 31.14(32.12), 31.19(32.17), 31.27(32.21), 31.29(32.23), 31.33(32.25), 31.36(32.28), 31.37(32.29), 31.49(32.39), 31.50(32.40), 31.52(32.42), 31.68(32.56).

Seção 29.7(29.10): Corrente de deslocamento e equações de Maxwell

- Número de aulas: **1 aula** de 10/8 a 11/8
- Seção do livro texto: 29.7(29.10)
- Exercícios sugeridos: 29.36(29.37), 29.38(29.39), 29.72(29.69).

Capítulo 32(33): Ondas Eletromagnéticas

- Número de aulas: **4 aulas** de 15/8 a 25/8
- Material Extra: *Forma Integral e Diferencial das Equações de Maxwell*
- Seções do livro texto: *32.1 Equações de Maxwell e Ondas Eletromagnéticas; 32.2 Ondas Eletromagnéticas Planas e a Velocidade da Luz; 32.3 Ondas Eletromagnéticas Senoidais; 32.4 Energia e Momento Linear em Ondas Eletromagnéticas e 32.5 Ondas Eletromagnéticas Estacionárias (33.1 a 33.7)*
- Exercícios sugeridos: 32.6(33.4), 32.9(33.5), 32.16(33.16), 32.28(33.14), 32.31(33.25), 32.33(33.23), 32.34(33.26), 32.42(33.29), 32.44(33.44), 32.46(33.36).

P1 em 30 de agosto às 13:10

①

Correntes alternadas
(§32.1 a 32.7 no S.Z.III)

Introdução:

Porquê? muitos dos nossos eletrodomésticos funcionam com correntes alternadas (a.c.)

Como? primeiro estudaremos circuitos com R, L e C separadamente, depois juntos em série.

Obs.: algumas coisas aprendidas para corrente contínua na fís. III ainda se aplicam, outras são novas (ex. ressonância).

fasor e corrente alternada

Nesta aula e a próxima, farei as derivações usando fasores (o enfoque do livro). Depois, mostrarei como re-obter tudo com números complexos.

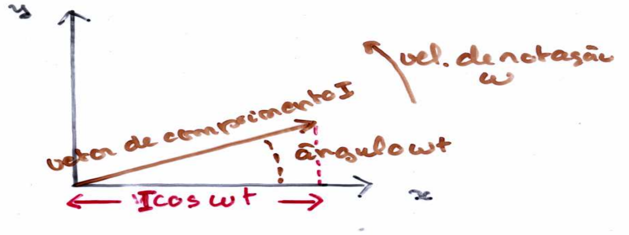
Circuito de corrente alternada = combinação de componentes (R, L e/ou C) e um gerador que proporciona uma corrente alternada.

A corrente alternada é da forma:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{depende do} \\ \text{tempo}}}{i} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{amplitude}}}{I} \cos \underset{\substack{\uparrow \\ \text{freq. angular} \\ \text{(em rad./s)}}}{\omega} t$$

Obs.: $f = \frac{\omega}{2\pi} (s^{-1})$ e $T = \frac{1}{f} (s)$

Podemos a representar com um fasor (= vetor girante)



A projeção deste fasor sobre o eixo x é $I\cos\omega t \equiv i$

Como i depende de t, queremos ter uma ideia de seu valor médio durante um período T.

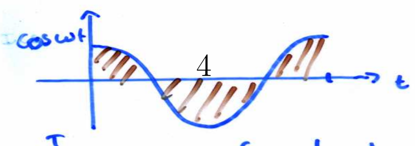
O valor médio de uma função periódica é
$$\bar{f} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

Como $i = I\cos\omega t$, temos:

numericamente

$$\bar{i} = \frac{I}{T}\int_0^T \cos\omega t\,dt$$
$$= \frac{I}{\omega T}\left[\,\mathrm{sen}\,\omega t\,\right]_0^{T=2\pi/\omega}$$
$$= \frac{I}{\omega T}\left[\mathrm{sen}\,2\pi - \mathrm{sen}\,0\right] = 0$$

graficamente



$\int^T \cos\omega t\,dt$ = área hachurada (a parte de cima é cancelada pela de baixo) = 0

De modo geral $\overline{\cos\omega t} = \overline{\mathrm{sen}\,\omega t} = 0, \forall\omega$

Assim $\bar{i} = 0$ não traz informação.

$\Rightarrow$ É comum olhar então:

$$\boxed{I_{qm} \equiv \sqrt{\overline{i^2}} \quad : \text{corrente quadrática média}}$$

numericamente

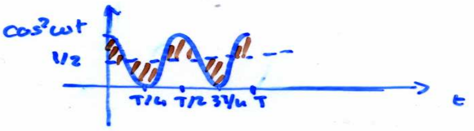
$$I_{qm} = \sqrt{\frac{I^2}{T}\int_0^T \cos^2\omega t}$$

$$= \sqrt{\frac{I^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(1+\cos 2\omega t)\,dt}$$

$$= \sqrt{\frac{I^2}{2T}\Big(\underbrace{\int_0^T dt}_{T} + \underbrace{\int_0^T \cos 2\omega t\,dt}_{0}\Big)}$$

$$= \frac{I}{\sqrt{2}}$$

graficamente



a curva é simétrica em relação a 1/2 $\Leftrightarrow \overline{\cos^2\omega t - \frac{1}{2}} = 0 \Leftrightarrow \overline{\cos^2\omega t} = \frac{1}{2}$

daí

$$I_{qm} = \sqrt{I^2\,\overline{\cos^2\omega t}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$

Vemos que $I_{qm} = I/\sqrt{2}$.
isto é geral.

$$\boxed{\text{Qualquer } f = F\cos\omega t \text{ tem } F_{qm} \equiv \sqrt{\overline{f^2}} = \frac{F}{\sqrt{2}}}$$

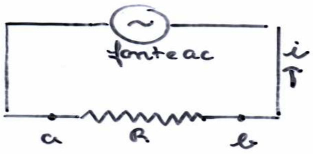
Obs. 1: os multímetros normalmente fornecem o valor quadrático médio (cuidado no labo.)

Obs. 2: quando dizemos que a voltagem em casa é 120V, queremos dizer $V_{qm} = 120V$.
Assim o valor máximo (amplitude) é $V = \sqrt{2}\,V_{qm} = 170V$ e como função do tempo, a voltagem é $v = V\cos\omega t$ (com $\omega = 2\pi \times \underbrace{60}_{\text{freq.}} = 377$ rad/s).

Obs 3: as vezes, fala-se do valor da corrente retificada média: $i_{r} \equiv I\,|\cos\omega t|$ e $I_{rm} = \overline{i_r} = \frac{2I}{\pi}$ (pode ser mostrado numericamente)

Resistência, reatância indutiva, reatância capacitiva

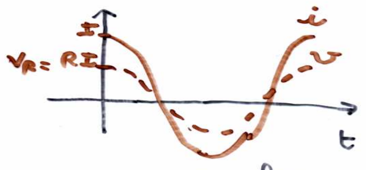
① Resistor em um circuito AC



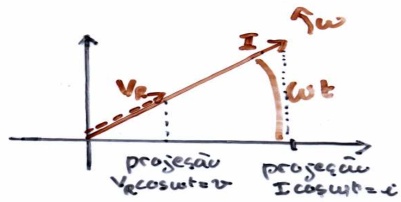
$i = I\cos\omega t$ muda de sentido com o tempo. (Contamos como positivo o sentido anti-horário)

Pela lei de ohm: $v_R \equiv v_{ab} \equiv v_a - v_b$
$= Ri = RI\cos\omega t \equiv V_R \cos\omega t$

$\Rightarrow$ $\boxed{v_R \text{ e } i \text{ estão em fase e suas amplitudes são relacionadas por } V_R = RI.}$

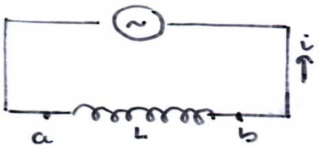


v_R e i em fase



v_R e i em fase

② Indutor em um circuito AC



$i = I\cos\omega t$ varia com o tempo
$\Rightarrow$ aparece uma fem $\mathcal{E}_L$ induzida em L

lembrete: $L \equiv \frac{N\Phi_B}{i} \Rightarrow \frac{N\,d\Phi_B}{dt} = L\frac{di}{dt} = -\mathcal{E}_L$ (lei de faraday)

Queremos relacionar $v_L \equiv v_{ab} = v_a - v_b$ e $\mathcal{E}_L$.
Supomos $i > 0$ (antihorário) e crescente.
$\Rightarrow$ $\mathcal{E}_L$ se opõe a isto e tem sentido oposto de i: $\leftarrow \mathcal{E}_L$
$\Rightarrow$ o potencial em a é mais alto do que em b
$\Rightarrow$ $v_L = v_a - v_b = L\frac{di}{dt}$.

Pode-se verificar que isto vale em todas as situações (i crescendo e ↗ ou ↘)

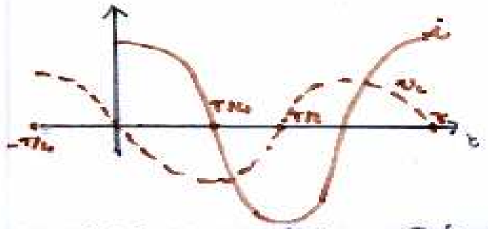
$$\boxed{v_L = v_a - v_b = L\frac{di}{dt}}$$

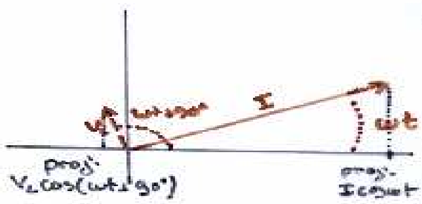
assim $v_L = L\frac{d}{dt}(I\cos\omega t) = -I\omega L\,sen\,\omega t = I\omega L\cos(\omega t + 90^\circ)$

⇒ v_L está adiantada de 90° em relação a i e sua amplitude é $V_L = \omega L I \equiv X_L I$ com $X_L = L\omega$
X_L se chama reatância indutiva e tem como unidade o Ohm.

Obs. importante: temos $V_L = X_L I$ (relação entre amplitudes) mas $v_L \neq X_L i$ (pois v_L e i não estão em fase)

GS



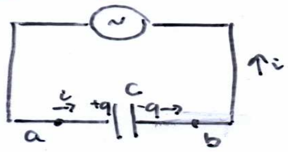


v_L atinge seu máximo $\frac{T}{4}$ (um quarto de ciclo) antes de i.

$\omega\frac{T}{4} = \omega\frac{2\pi}{\omega}\frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

Obs.: $X_L = L\omega$ e $V_L = X_L I$ ⇒ se $\omega \to \infty$, $I = V_L/X_L \to 0$: uma voltagem de frequência alta aplicada ao indutor produz uma corrente pequena.
Isto é:
os indutores podem ser usados para bloquear frequências elevadas. Neste caso, eles são filtros "passa-baixo".

③ Capacitor em um circuito AC



(Não há transporte de carga entre as placas mas como a corrente muda de sentido, elas se carregam e descarregam como se houvesse uma corrente entre elas)

Queremos calcular $v_c \equiv v_a - v_b$.

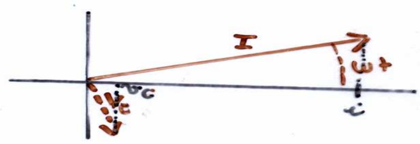
$$\begin{cases} i = \frac{dq}{dt} = I\cos\omega t \\ v_c = \frac{q}{c} \end{cases} \Rightarrow \quad q = \frac{I}{\omega}\operatorname{sen}\omega t$$

$$v_c = \frac{I}{\omega C}\operatorname{sen}\omega t = \frac{I}{\omega C}\cos(\omega t - 90°)$$

⇒ v_C está atrasada de 90° em relação a i e sua amplitude é $V_c = \frac{I}{\omega C} \equiv X_c I$ com $X_c = \frac{1}{\omega C}$
X_c se chama reatância capacitiva e tem como unidade o Ohm

Obs. importante: $V_c = X_c I$ mas $v_c \neq X_c i$

v_c atinge seu máximo $\frac{T}{4}$ após i



Obs. $X_c = \frac{1}{C\omega}$ e $V_c = X_c I \Rightarrow$ se $\omega \to 0$, $\underset{V_c/X_c}{I} \to 0$: os capacitores podem ser usados para bloquear frequências baixas. Neste caso, eles atuam como filtros "passa-alto".

Resumo

$i = I \cos\omega t$

Elemento	Relação entre amplitudes	Grandeza do circuito	Fase de v
Resistor	$V_R = RI$	R	: em fase com i
Indutor	$V_L = X_L I$	$X_L = \omega L$	: adiantado 90° em relação a i
Capacitor	$V_C = X_C I$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	: atrasado 90° em relação a i

Obs. nestes 3 casos, v é a ddp respetivamente de R, L ou C mas também da fonte (lei das malhas)

Exemplo:

$R = 200\,\Omega$

$C = 5{,}0\,\mu F$

$v_R = (1{,}20\,V)\cos\left[\left(2500\,\frac{rad}{s}\right)t\right]$

a) corrente no circuito?

$i = \frac{v_R}{R} = (6{,}00\ 10^{-3}\,A)\cos\left[\left(2500\,\frac{rad}{s}\right)t\right]$

b) voltagem através do capacitor?

$v_C = V_C\cos(\omega t - 90°)$ com $V_C = X_C I$ e $X_C = \frac{1}{C\omega}$

Temos $I = 6{,}00\ 10^{-3}\,A$ (de a)) e $X_C = \frac{1}{(5{,}0\ 10^{-6}\,F)(2500\,\frac{rad}{s})} = 80\,\Omega$

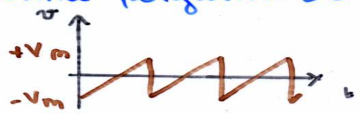
$\Rightarrow v_C = (0{,}48\,V)\cos\left[\left(2500\,\frac{rad}{s}\right)t - \frac{\pi}{2}\,rad\right]$

Exercícios

1. Calcular o valor médio e o valor quadrático médio da voltagem seguinte:

S: Q20 cap.33

2. Mesma pergunta do que o 1 para:



S.: 33.1

3. Uma fonte de potência alternada tem uma voltagem de pico $V_m = 100V$. Esta fonte está ligada a um resistor $R = 24\ \Omega$. A corrente e a voltagem no resistor são medidas por um amperímetro ideal e um voltímetro ideal. Qual é a leitura de cada instrumento? S33.3

4. Num circuito de c.a. puramente indutivo, a fonte de potência alternada tem voltagem de pico $V_m = 100V$. Se a corrente de pico no circuito for 7.5A na frequência de 50Hz, calcular a indutância. S33.9

5. Um capacitor de 98pF está ligado a uma fonte de potência de 60Hz, com uma voltagem média quadrática de 20V. Qual é a carga máxima que aparece em qualquer das placas do capacitor? S33.19