

Potencial de um condutor carregado

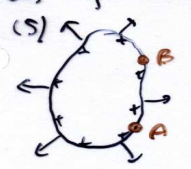
Vimos que:

- (1) $\vec{E} = 0$ dentro de um condutor (com ou sem \vec{E}_{ext})
 - (2) Se tiver excesso de carga, ele fica na sfc ext.
 - (3) \vec{E} perto da sfc ext. $\vec{E} \perp$ e de módulo σ/ϵ_0
 - (4) Se tiver forma irregular, há acumulação de cargas nos lugares pontudos
- além disso:
- (5) a superfície ext. é uma equipotencial
 - (6) o potencial é este dentro do condutor e tem o mesmo valor do que na sfc.

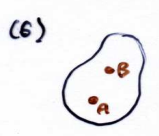
Obs: isto também vale se houver uma cavidade VAZIA

Dem.

- (1) por definição
- (2) Gauss
- (3) Gauss
- (4) cf. exemplo abaixo



A e B estão sobre a sfc ext.
 $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ mas $d\vec{l}$ na sfc e $\vec{E} \perp$ sfc
 $\Rightarrow V_B - V_A = 0 \Rightarrow$ sfc equipotencial



A e B dentro do condutor:
 $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ pois $\vec{E} = 0$ dentro
 \Rightarrow potencial este dentro

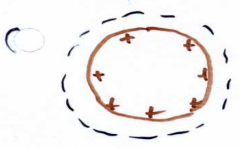


A dentro e B na sfc:
 para B' dentro e para de B: $V(B') = V(A)$
 agora se $B' \rightarrow B \Rightarrow V(B') \rightarrow V(B)$ pois V contínuo
 $\Rightarrow V_{dentro} = V_{sfc}$

[AO CONTRÁRIO DO CAMPO, O POTENCIAL É CONTÍNUO.]

Exemplos:

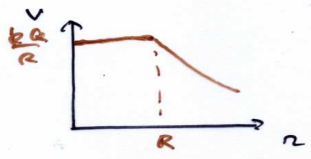
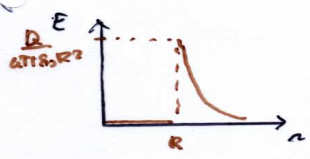
• Esfera condutora com carga Q e raio R . $|\vec{E}|$ e V ?



• Condutor $\Rightarrow E=0$ se $r < R$
 • Se $r > R$, com a lei de Gauss \Rightarrow
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2$ ($\vec{E} \parallel d\vec{A}$ e \vec{E} indep. de dA)
 $= \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{n}$ (campo de carga pontual)

• se $r > R$
 $V = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ (pot. de carga pontual)

• se $r \leq R$
 $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ pois V está na superfície e dentro do condutor.



Notar as diferenças q o caso 'isolante' (p. 55)

• Duas esferas condutoras carregadas e ligadas por um condutor: E_1/E_2 ? (super a distancia entre elas $\gg r_1, r_2$)



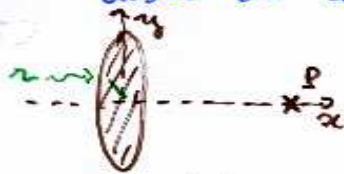
Como as esferas formam um só condutor, seus potenciais (cf. acima) são iguais:
 $k q_1 / r_1 = k q_2 / r_2 \Leftrightarrow q_1 / q_2 = r_1 / r_2$

Como as esferas são muito separadas, suas dist. de carga não se influenciam e seus campos na superfície são:
 $E_1 = k q_1 / r_1^2$ e $E_2 = k q_2 / r_2^2$.
 Temos $E_1 / E_2 = q_1 / q_2 \cdot r_2^2 / r_1^2 = r_2 / r_1$ (campo mais intenso ao redor da menor esfera)

Obs. sobre acumulação de cargas nas pontas:
 $\sigma_1 = q_1 / (4\pi r_1^2)$ e $\sigma_2 = q_2 / (4\pi r_2^2)$

$\Rightarrow \sigma_1 / \sigma_2 = r_2 / r_1 < 1$ i.e. a esfera de raio menor tem densidade σ maior.

disco de carga Q e raio a . Potencial em P ?



$$\sigma = \frac{Q}{\pi a^2}$$

$$dV = \frac{k dq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Para dq , há 2 possibilidades:

$dq = \begin{cases} \text{alt. 1:} & \text{anel } \sigma 2\pi r dr \rightarrow V = k\sigma\pi \int_0^a \frac{r dr}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ \text{alt. 2:} & \text{elemento infinitesimal } \sigma r d\varphi dr \rightarrow V = k\sigma \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^a \frac{r dr}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ & = k\sigma\pi \int_0^a \frac{r dr}{\sqrt{a^2 + x^2}} \end{cases}$

\Rightarrow em ambos casos: $V = k\sigma\pi \left[\sqrt{a^2 + x^2} \right]_0^a$
 $= k\sigma\pi \left[\sqrt{a^2 + x^2} - x \right]$ (pois $x > 0$)

Determinação do potencial elétrico a partir do campo elétrico

- esfera com dist. de cargas uniforme (carga Q e raio R)
- potencial para $r > R$ e $r < R$.



Para $r > R$, a lei de Gauss fornece $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{n}$

$$V_r - \frac{V_\infty}{0} = - \int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{l} = -kQ \int_\infty^r \frac{1}{r^2} dr (\hat{n} \cdot \hat{n}) = +kQ \left[\frac{1}{r} \right]_\infty^r = \frac{kQ}{r}$$

Para $r < R$, a lei de Gauss fornece $\vec{E} = \frac{kQ r}{R^3} \hat{n}$

$$V_r - \frac{V_\infty}{0} = - \int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_\infty^R \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_R^r \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

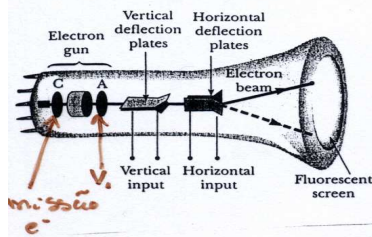
$$= \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{R^3} \int_R^r r dr = \frac{kQ}{R} - \frac{kQ}{R^3} \left(\frac{r^2 - R^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow V_r = \frac{kQ}{R} - kQ \left(\frac{r^2}{2R^3} - \frac{1}{2R} \right) = \frac{kQ}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

Aplicações da electrostática

73

Osciloscópio (e tubos de TV e monitores mas com campos magn.)



• Após passar pelo canhão:

velocidade dos e^- saindo do canhão:

$$v_x = \sqrt{\frac{2eV_1}{m}} \Rightarrow \alpha = \frac{v_{at}}{v} \quad (\text{após A})$$

$$[\text{pois } \Delta K = \frac{1}{2} m v_x^2 = K_f - K_i = -\Delta U = U_i - U_f = eV_1]$$

• Passando pelas placas de deflexão vertical

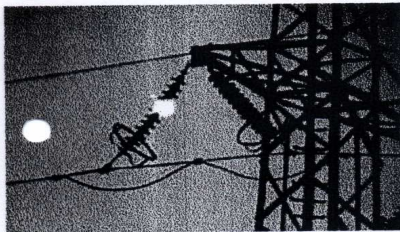
$$a_y = \frac{eV_2}{m d} \Rightarrow y = \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$[\text{pois } F = eE = eV_2 / m d]$$

a trajetória é uma parábola nesta região

• Passando pelas placas de deflexão horizontal
se houver um campo el., o feixe sofre uma deflexão horizontal

Descarga em corona (linha de transmissão, para-raio)



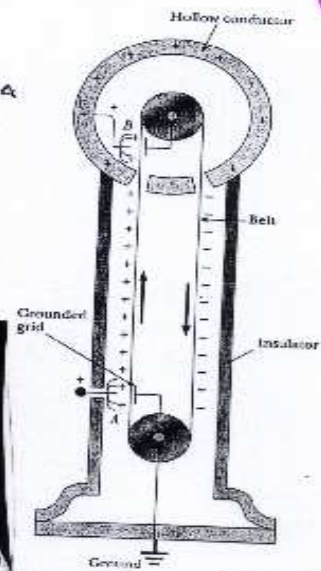
Em virtude do campo elétrico mais intenso numa ponta, as moléculas do ar se ionizam. isto tende a descarregar o condutor (cancelamento de cargas). Pode haver emissão de luz na recombinação de íons e elétrons.

• Microscópio de Campo Iônico

A amostra é uma ponta ^{carregada} dentro de um vaso com revestimento fluorescente, cheio de hélio que se ioniza. Os He^+ acelerados fazem uma imagem da amostra no revestimento.

• Gerador Van de Graaf

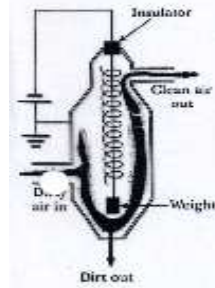
Carga é introduzida em A, levada a B e transferida para a superfície externa da esfera condutora. Pode-se aumentar esta carga até $E = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ (quando a ar vira condutor).



Esta menina fica num potencial elevado, (ela é isolada do chão e é condutora), seus cabelos ficam carregados e se afastam um do outro.



• Precipitador eletrostático



com

sem

Mantém-se uma $d \cdot \Delta p$ ^{grande} entre fio e parede. Há formação de cons no ar sujo que são grudados pela parede.

Capacitor: proxima aula

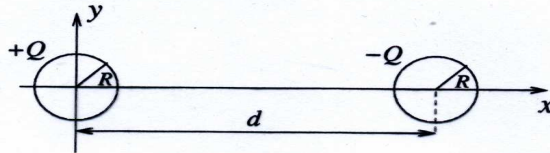
Questão 4

Duas esferas metálicas de raios externos R_1 e R_2 (com $R_2 > R_1$) possuem cargas totais positivas Q_1 e Q_2 , respectivamente. As duas esferas estão muito distantes uma da outra de modo que a distribuição das cargas nas esferas não é afetada numa esfera pela presença da outra. A esfera de raio R_1 é oca, e possui um raio interno R_0 . Determine:

- (a) (1,0 ponto) O potencial de cada uma das esferas em função da sua carga e do seu raio e a densidade superficial de carga $\sigma(R_i)$ em cada uma das superfícies de raio R_0 , R_1 e R_2 ,
- (b) (1,5 ponto) As duas esferas são colocadas em contato elétrico por meio de um longo fio condutor, de modo que as novas distribuições de carga que ocorrem não afetam a simetria esférica das distribuições de cargas. Calcule a carga final Q_{2f} da esfera de raio R_2 e o novo potencial V_f das esferas em função dos parâmetros iniciais.

Questão 4

Sejam duas esferas condutoras idênticas, de raios iguais a R , cargas $+Q$ e $-Q$, e separadas por uma distância d . Suponha que $d \gg R$, de forma que a distribuição de carga em cada esfera tem simetria esférica (veja a figura).



- (a) (1,0 ponto) Calcule o campo elétrico no segmento de reta que une os centros das duas esferas.
- (b) (1,0 ponto) Calcule a diferença de potencial entre as duas esferas.
- (c) (0,5 ponto) Qual é a capacitância do sistema formado pelas duas esferas?

não fazer por enquanto