POTENCIAL ELÉTRICO

Energia potencial elétrica

Revisão sobre energia potencial:

Uma força é conservativa se o trabalho realizado pela força para ir de i a f não depende do caminho: $\boxed{W_{if} = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{\ell}}$

(de modo equivalente: $W_{ii} = 0$)

A energia potencial será definida por

$$\boxed{W_{if} = U_i - U_f = -\Delta U}$$

(somente diferenças de en. pot. tem sentido).

Como $W_{if} = \Delta K$ (teorema trabalho-energia),

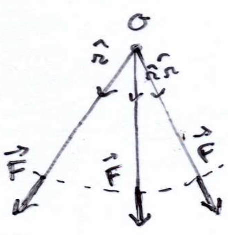
$\boxed{E = K + U \text{ é conservada.}}$

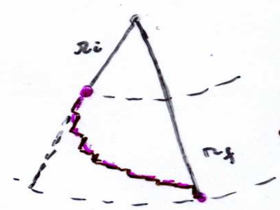
[dem. $-\Delta U = +\Delta K \Leftrightarrow \Delta U + \Delta K = 0 \Leftrightarrow U_i + K_i = K_f + U_f$]

Exemplos: força gravitacional $\vec{F} = \dfrac{G m_1 m_2}{r^2}\,\hat{r}$

força elétrica $\vec{F} = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{r}$

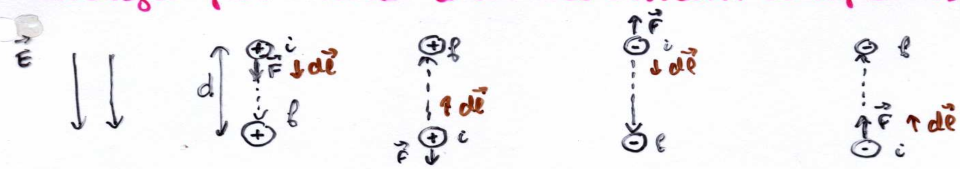
mais geralmente: força central $\vec{F} = f(r)\,\hat{r}$





nos trechos $\parallel \hat{r}$, $\vec{F} \cdot d\vec{\ell} \neq 0$, nos trechos $\vec{F} \perp d\vec{\ell}$ $\vec{F} \cdot d\vec{\ell} = 0 \Rightarrow W_{if}$ só depende da distância de i a f.

Energia potencial elétrica de uma carga em um campo uniforme



$W = q_0 E d > 0$ $= U_i - U_f$ — $U \searrow K \nearrow$

$W = -q_0 E d < 0$ $= U_i - U_f$ — $U \nearrow K \searrow$

$W = q_0 E d < 0$ — $U \nearrow K \searrow$

$W = -q_0 E d > 0$ — $U \searrow K \nearrow$

Energia potencial de duas cargas puntiformes

$$W = \int_i^f \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r} \, d\vec{\ell}$$

Usando $d\vec{\ell} = dr\,\hat{r} + r\,d\theta\,\hat{\theta} + r\,\mathrm{sen}\theta\,d\varphi\,\hat{\varphi}$, temos

$$W = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right) = U_i - U_f$$

$$\Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q q_0}{r} + cste \qquad \text{en. pot. de } q \text{ e } q_0 \text{ espaçada de } r}$$

É comun usar a convenção $U = 0$ se $r \to \infty \Rightarrow cste = 0$

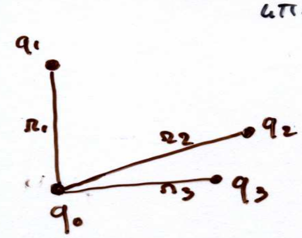
Energia potencial elétricas com diversas cargas puntiformes

Podemos generalisar:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}$$

(en. pot. do conjunto de cargas q_i + carga q_0

[Obs.: existe também a en. potencial de interação que é o trabalho para colocar q_1 em r_1, q_2 em r_2 etc, vindo do ∞: $U_{int} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i<j} \dfrac{q_i q_j}{r_{ij}}$ com r_{ij} dist. entre q_i e q_j. Não confundir.]



Potencial elétrico

Da mesma maneira que definimos $\vec{E}$ para ser independente do valor da carga de prova, $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$, definimos o potencial elétrico

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0} = \frac{-W_{\infty f}}{q_0}}$$

Sua unidade é o Volt ou J/C.

Assim

(1)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$ (carga puntiforme) (r = dist. entre q e o ponto onde se calcula V)

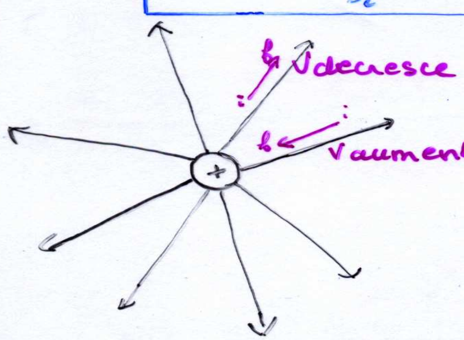
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i}$$ (conjunto de cargas puntiformes) (r_i = dist. entre q_i e o ponto onde se calcula V)

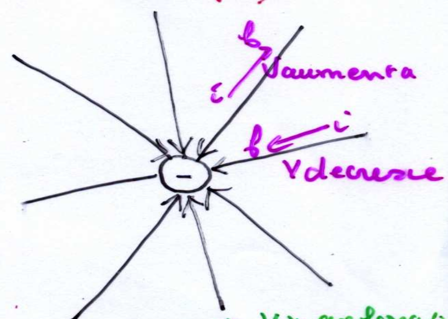
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$ (dist. contínua de cargas) (r = dist. entre dq e o ponto onde se calcula V)

para uma dist. contida numa região finita (de modo que $V=0$ no infinito é razoável)

Temos também, usando $\Delta U = -\int_i^f q_0 \vec{E}\cdot d\vec{l}$

(2) $$\boxed{V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{-W_{if}}{q_0}}$$ (funciona sempre)





⇒ V ↓ ao longo das linhas de $\vec{E}$

se $V_\infty = 0$, (2) ⇒ (1) (fazer $i = \infty$)

Obs. 0: Se $\vec{E}$ uniforme, $V_f - V_i = \pm E\, d$
$\vec{E} /\!/ d\vec{l}$ $\vec{E}$ antipar $d\vec{l}$

Obs. 1: dependendo do problema, a distr. de cargas é dada e usa-se (1), ou o campo elétrico é dado e usa-se (2).

Obs. 2: com (2), vemos que o campo elétrico pode ser expresso usando como unidade o $\frac{V}{m}$, (além de $\frac{N}{C}$).

Obs. 3: o elétron-Volt, ou eV, é uma unidade de energia. É a energia de uma partícula de carga igual à do elétron, que atravessa uma ddp de 1V.

Daí $1\,eV = 1{,}602\,10^{-19}\,C \times 1\,V = 1{,}602\,10^{-19}\,J$

$1\,keV = 10^3\,eV$ $\quad 1\,MeV = 10^6\,eV$ $\quad 1\,GeV = 10^9\,eV$ etc

Exemplos:

- 

V e $\vec{E}$ em o, devido á 12 eletrons?

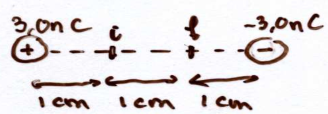
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{-e}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-12e}{R}\right)$$

$\vec{E} = 0$ por simetria.

Mesmas perguntas.

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-12e}{R}\right)$$

$\vec{E} \neq 0$

- 

Uma partícula com $q_0 = 2{,}0\,nC$ e $m = 5{,}0\,10^{-9}\,kg$ sai de i no resposo. Qual é sua vel. em f?

A aceleração muda de i a f ⇒ cálculo direto de v difícil

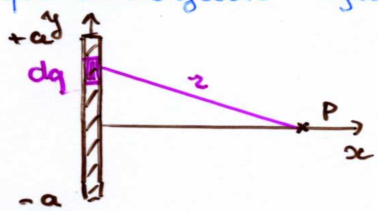
Outro método: $K_i = 0$, $K_f = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m v^2$

$W = \underbrace{-\Delta U}_{-q_0 \Delta V} = \Delta K \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 q_0 (V_i - V_f)}{m}}$ com $V_i - V_f = \frac{3\,10^{-9}}{4\pi\varepsilon_0}\left[\left(\frac{1}{10^{-2}} - \frac{1}{2\,10^{-2}}\right) - \left(\frac{1}{2\,10^{-2}} - \ldots\right.\right.$

$\Rightarrow v = 46\,m/s$

Determinação do potencial elétrico a partir da DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS

- fio carregado finito (dist. linear de cargas λ) comprimento 2a



potencial em P?

$dV = \frac{k\,dq}{r}$ com $dq = \lambda dy$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$$V = k\lambda \int_{-a}^{+a} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}} = k\lambda \left[\ln\left[y + \sqrt{y^2+x^2}\right] \right]_{-a}^{+a}$$

$$= k\lambda \ln\left(\frac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{\sqrt{a^2+x^2}-a} \right)$$

- fio infinito

não podemos usar $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$ pois tem matéria no infinito.

Vemos que $V \to \infty$ se fizermos $a \to \infty$ no caso anterior

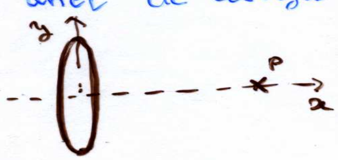
Podemos fazer $-\Delta V = \int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{l}$ com $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\hat{r}$ e $d\vec{l} = dr\hat{r} + \ldots$

$$\Rightarrow V_i - V_f = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_i^f \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\frac{r_f}{r_i}$$

Escolhemos $V_i = 0$ para um certo $r_i = r_0$ assim

$$V_f = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\frac{r_0}{r}$$ (tirando o índice f)

- anel de carga Q e raio a. Potencial em P?



$$dV = k\frac{dq}{\sqrt{a^2+x^2}}$$ ← cte, $\forall dq$

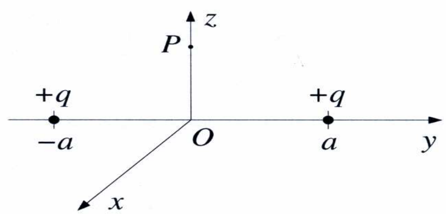
$$V = \frac{k}{\sqrt{a^2+x^2}}Q$$

(P1)

Física III - 4320203
Escola Politécnica - 2010
GABARITO DA P1
8 de abril de 2010

Questão 1

Duas partículas puntiformes carregadas com a mesma carga q positiva, fixas sobre o eixo dos y, estão localizadas simetricamente em relação à origem, uma em $y = a$ e a outra em $y = -a$.



(a) (1,0 ponto) Determine o potencial eletrostático $V(x, y, z)$ num ponto qualquer do espaço.

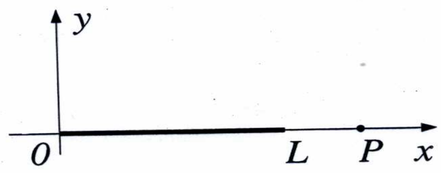
(b) (1,0 ponto) Suponha que uma partícula com carga $-Q$ seja abandonada do repouso no ponto $P = (0, 0, h)$ com $h > 0$. Determine a energia cinética da carga $-Q$ quando ela passar pela origem $O = (0, 0, 0)$ do sistema de coordenadas (despreze a força peso).

(c) (0,5 ponto) Calcule a energia potencial U_P do sistema formado pelas três cargas na configuração em que a carga $-Q$ está no ponto $P = (0, 0, h)$ e na configuração em que a carga $-Q$ está na origem $O = (0, 0, 0)$. O resultado é compatível com o obtido no item (b)?

2009

Questão 3

Um fio de comprimento L, com uma densidade linear de carga $\lambda(x) = Ax$, onde $A > 0$ é uma constante, está colocado ao longo do eixo x conforme a figura.



Determine:

(a) (1,0 ponto) O potencial $V(x)$ para um ponto P do eixo x com coordenada $x > L$. Adote $V = 0$ no infinito.

(b) (1,0 ponto) Uma carga $q > 0$ com massa m, em uma região muito afastada do fio, é lançada sobre o eixo x com velocidade $-v\vec{\imath}$. Qual é a velocidade v para que a carga se aproxime de uma distância L da ponta direita do fio antes de retornar?

(c) (0,5 ponto) Sabendo-se que a carga total do fio é igual a Q, determine a constante A que aparece em $\lambda(x)$.

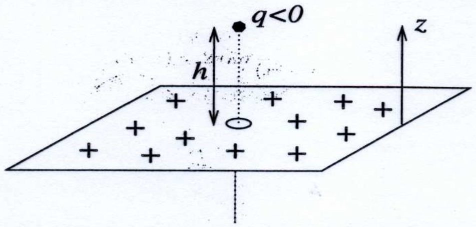
$$\int \frac{x\,dx}{ax+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2}\ln(ax+b)$$

2004

57

Questão 4

Considere uma placa isolante infinita com uma densidade superficial de carga $\sigma > 0$, constante. Uma pequena partícula com carga $q < 0$ encontra-se sobre esta placa a uma altura h, conforme mostra a figura. Há um pequeno orifício no plano, diretamente embaixo da partícula. Suponha que os efeitos deste orifício sobre o campo elétrico gerado pela placa sejam desprezíveis.



(1,0 ponto) (a) Use a lei de Gauss para calcular o campo elétrico devido à placa infinita em todo e espaço.

(0.5 ponto) (b) Calcule a diferença de energia potencial elétrico entre a posição inicial e a posição em que a partícula atravessa o orifício ($z = 0$).

(1,0 ponto) (c) Faça um esboço do gráfico da velocidade da carga de prova em função do tempo.