

Propriedades de condutores em equilíbrio estático

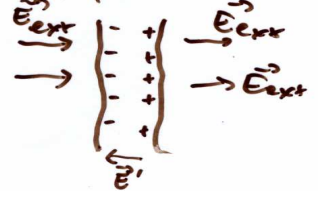
Quando não há movimento das cargas dentro do condutor, dizemos que ele está em equilíbrio estático. Neste caso:

- (1) o campo elétrico é nulo em qualquer ponto dentro do condutor (com ou sem campo externo)
- (2) qualquer excesso de carga num condutor isolado fica na superfície do condutor,
- (3) o campo elétrico na face externa do condutor é perpendicular à superfície e tem módulo  $E_0$  com  $\sigma$  densidade superficial de carga no ponto da superfície observado, [Ponto na superfície]
- (4) num condutor com forma irregular, a carga tende a se acumular nos locais onde o raio de curvatura da superfície é pequeno, isto é, onde a superfície é pontuda.

Demonstração:

(1) Se  $\vec{E}_{ext} = 0$ : no equilíbrio estático, o campo elétrico dentro do condutor deve ser nulo. Não fosse assim, as cargas livres do condutor seriam aceleradas pela ação do campo elétrico.

Se  $\vec{E}_{ext} \neq 0$ : as cargas se deslocam muito rapidamente (v.c.  $10^8$  s) para manter  $\vec{E} = 0$  dentro do condutor.



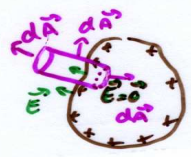
precisamente o campo  $\vec{E}'$  devido a estas cargas cancela  $\vec{E}_{ext}$ :  $\vec{E} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}' = 0$

(2) Usamos a lei de Gauss:



$\vec{E} = 0 \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow q_{enc} = 0$  para qualquer: dentro do condutor  $\Rightarrow$  o excesso de carga fica na superfície

(3) Usamos a lei de Gauss:

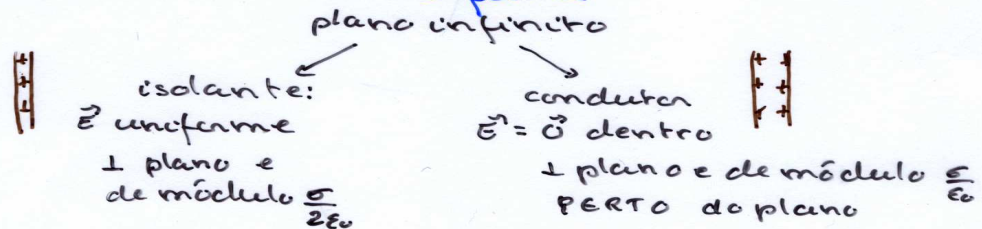


O campo elétrico na superfície não pode ter componente tangencial pois isto provocaria o movimento das cargas na superfície.

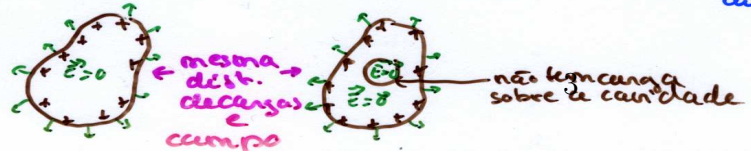
$\Phi = \int_{\text{tampa dentro}} + \int_{\text{corpo}} + \int_{\text{tampa fora}}$   
 $\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$   
 $0 \text{ pois } \vec{E} = 0 \quad \quad \quad 0 \text{ pois } \vec{E} \perp d\vec{A} \quad \quad \quad = \int E dA \text{ pois } \vec{E} \parallel d\vec{A}$   
 $= EA \text{ se tampa pequena}$   
 $= \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \sigma / \epsilon_0$

(4) será feita em outra aula.

Obs. 1: há diferença no campo elétrico criado por um objeto isolante e um condutor mesmo se eles tem a mesma forma

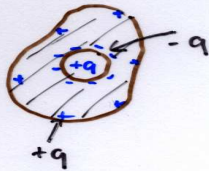


Obs. 2: pode ter uma cavidade <sup>sem carga</sup> no condutor: (itall) <sub>ainda vale</sub>



Obs. 3: se tiver uma cavidade com uma carga +q

Supomos (para simplificar) que antes de introduzir +q, o condutor era descarregado



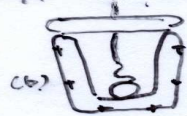
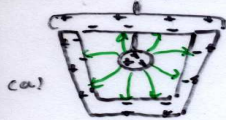
Uma carga -q aparece sobre a parede da cavidade para ter  $E = 0$  dentro do condutor

uma carga +q aparece sobre a superfície externa para manter o condutor sem carga

Exemplo 1: experiência do balde de gelo de Faraday

Queremos testar apple2, que decore da lei de Gauss

a) inserimos uma esfera carregada num condutor isolado do chão b) deixamos a esfera tocar no recipiente. Se a



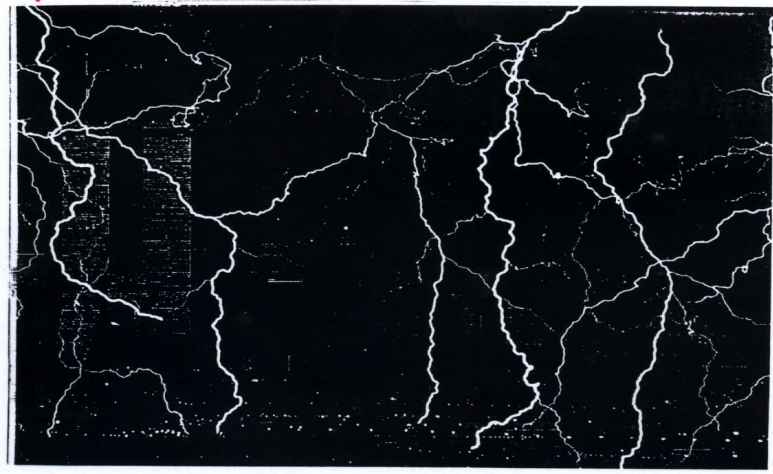
apple2 a esfera deve ficar sem carga. De fato verificase que a esfera

não tem mais carga. Além disto, a carga fica sobre a parede externa (uma outra esfera carregada colocada dentro não é nem atraída nem repelida, mas se colocada fora, é repelida).

isto é um teste experimental da lei de Gauss (e então da lei de Coulomb que a implica). Hoje esta experiência é feita com grande precisão

Exemplo 2: como se protegem dos raios?

O que fazer em dias assim?



- Relâmpago:
- 1) acumulação de  $e^-$  numa coluna que vai de uma nuvem <sup>em direção</sup> ao chão ( $\lambda \approx -10^{-3} C/m$ )
  - 2) quando a coluna chega mesmo ao chão, os  $e^-$  são rapidamente descarregados para a terra
  - 3) darão brilhante devido à colisões  $e^-$ -ar durante a descarga

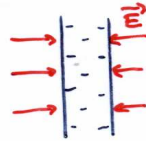
\* estes  $e^-$  vem da nuvem e de moléculas de ar ionizadas.  
 ○ esta ionização ocorre quando há um campo elétrico  $> 3 \cdot 10^6 N/C$



Relâmpago caindo sobre uma árvore

Qual é o raio da coluna?

Coluna = linha de carga "infinita"



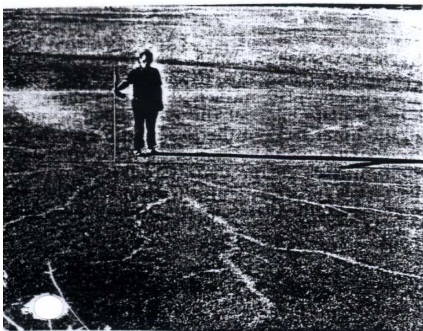
com  
 $\lambda \approx 10^{-3} \text{ C/m}$   
 $E = 3 \cdot 10^6 \text{ V/C}$   
 (dentro da  
 coluna, em  
 direção  
 para fora)

Para um fio infinito carregado

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$\Rightarrow r \approx 6 \text{ m}$$

A parte luminosa tem raio menor (ex. 5m)



Gramado queimado pelas correntes na terra devidas a um relâmpago

Para ter certeza de estar a salvo,  
ficar mais longe do que os 6 metros  
 (pois e<sup>-</sup> descarregados deslocam-se ao  
 longo da terra)



Um lugar seguro...

(43)

faixa caíndo sobre o carro e saindo pela roda dianteira esquerda sem machucar a pessoa

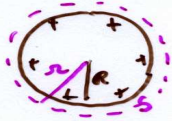
Se houver relâmpagos, pode se abrigar na cavidade de um condutor pois  $E=0$  mesmo na presença de campo externo



Exemplo: carro fechado

## Exemplos de aplicação da lei de Gauss à condutores

- Esfera condutora carregada (raio  $R$ , carga  $Q > 0$ ). Campo elétrico?



\* Dentro  $\vec{E} = 0$

\* fora: por sim.,  $\vec{E}$  radial.  $Q > 0 \Rightarrow \vec{E}$  para fora.

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA = E \int dA = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$E \perp d\vec{A}$        $E$  indep. do  $dA$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{n} \quad (\text{campo de uma carga pontual})$$

Obs.: se  $r \gg R$ :  $\vec{E} \sim \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{1}{\epsilon_0} \hat{n} = \frac{E_0}{\epsilon_0} \hat{n}$  como esperado

- Casca esférica condutora carregada (raio  $R$ , carga  $Q > 0$ )

A conta é como a anterior. Obtem-se

$$\vec{E} = 0 \quad \text{se } r < R$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{n} \quad \text{se } r > R$$

- Esfera condutora numa casca esférica condutora. Campo e distribuição de carga?



\* Se  $r < a$ :  $\vec{E} = 0$  (pois está dentro de um condutor)  $\Rightarrow q = 0$   
(pela lei de Gauss para  $\vec{E}$ .)

\* Se  $a < r < b$ : tem carga  $2Q$  espalhada na superfície da esfera de raio  $a$

$$\Phi_{S_2} = \oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = E \oint dA = E 4\pi r^2 = \frac{2Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{n}$$

$E$  radial //  $d\vec{A}$        $E$  indep. do  $dA$

\* se  $b < r < c$ :  $\vec{E} = 0$  (pois está dentro de um condutor)  
 $\Rightarrow \Phi_{S_3} = 0 \Rightarrow$  deve ter uma carga  $-2Q$  espalhada sobre a superfície interna da casca, em  $r = b \Rightarrow$  deve ter uma carga  $2Q - Q$  espalhada na superfície externa, em  $r = c$

\* se  $r > c$ :  $\Phi_{S_4} = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{n}$

# COMPARAÇÃO

(45)

<u>Distribuição</u>	<u>Campo</u>	<u>Comportamento a q de dist.</u>
carga puntiforme	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	$\frac{1}{r^2}$
esfera condutora (fora) (dentro: 0)	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	$\frac{1}{r^2}$
esfera isolante (fora) (dentro $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^2}$ )	$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	$\frac{1}{r^2}$
fio infinito	$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$	$\frac{1}{r}$
cilindro condutor (fora) (dentro 0)	$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$	$\frac{1}{r}$
cilindro isolante (fora)	$\frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{r}$	$\frac{1}{r}$
plano condutor (fora, perto) (dentro 0)	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	/
plano isolante	$\frac{\rho}{2\epsilon_0}$	cte
anel (eixo)	$\frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{Rz}{(R^2+z^2)^{3/2}}$	$\frac{1}{z^2}$
disco (eixo)	$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$	$\frac{1}{z^2}$
dipolo (eixo) ( $\parallel \vec{p}$ )	$\frac{p}{2\pi\epsilon_0 r^3}$	$\frac{1}{r^3}$

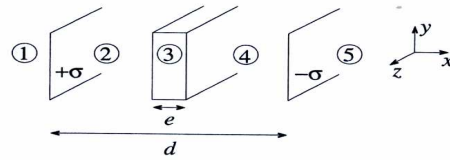
Obs.: para o fio, a parte da carga grosseiramente responsável pelo campo  $\hat{e} \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow$  o campo  $\hat{e} \sim \frac{q}{r^2} = \frac{\Delta z}{r^2} = \frac{\lambda}{r}$ .

para o plano, a parte da carga grosseiramente responsável pelo campo  $\hat{e} \sim \frac{1}{z^2} \Rightarrow$  o campo  $\hat{e} \sim \frac{q}{z^2} = \frac{\sigma}{2} = \text{cte}$ .



**Questão 2**

Considere duas placas grandes, paralelas, a uma distância  $d$  uma da outra, uma delas com densidade superficial de carga  $\sigma > 0$ , uniforme, e a outra com densidade  $-\sigma$ . Entre as duas placas paralelas é colocada uma chapa metálica de espessura  $e < d$ , conforme mostra a figura.



- (a) (0,5 ponto) Demonstre que a intensidade do campo elétrico criado por um plano infinito com densidade superficial de carga  $\sigma$  é  $E = \sigma/(2\epsilon_0)$ .
- (b) (1,0 ponto) Utilizando o princípio de superposição e desprezando efeitos de borda, determine o vetor campo elétrico nas regiões 1,2,3,4 e 5.
- (c) (1,0 ponto) ~~Se a chapa metálica for retirada da região entre as placas, haverá aumento ou diminuição da energia eletrostática do sistema? Justifique a resposta.~~

**Questão 2**

Um fio retilíneo muito longo, de comprimento  $L$ , tem uma carga positiva  $Q$ . Ele é envolvido por um cilindro condutor oco de raio interno  $a$  e raio externo  $b$  com carga líquida  $+2Q$ . Com essas informações, e desprezando efeitos das extremidades do cilindro, usar a lei de Gauss para determinar:

- (1,5 ponto) (a) O campo elétrico  $\vec{E}$  nas regiões  $0 < r < a$ ,  $a \leq r \leq b$  e  $b < r$ .
- (1,0 ponto) (b) Calcule a carga total na face interna e na face externa do cilindro.

