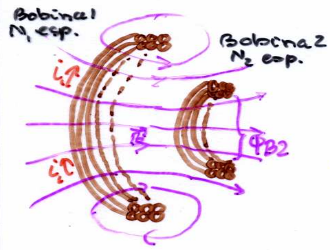
indutância (Cap. 31)

indutância mútua



i_1 variável induz $\vec{B}$ variável

$\Rightarrow$ Φ_{B2} (fluxo através de cada espira da bobina 2 devido a i_1) variável

$\Rightarrow$ fem induzida na bobina 2:

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt}$$

$B \propto i_1 \Rightarrow \Phi_{B2} \propto i_1$

$\Rightarrow$ introduz-se a indutância mútua:

$$\underbrace{N_2 \Phi_{B2}}_{\text{fluxo total na bobina 2}} \equiv \underbrace{M_{21}}_{\text{depende da geometria}^*} \underbrace{i_1}_{\text{corrente que cria }B}$$

$\Rightarrow$ $\mathcal{E}_2 = -M_{21} \dfrac{di_1}{dt}$ na bobina 2

Se tiver uma corrente i_2 variável na bobina 2, teremos na bobina 1: $\mathcal{E}_1 = -M_{12} \dfrac{di_2}{dt}$.

Pode-se mostrar $M_{12} = M_{21}$ (usa a noção de potencial vetor magn. que não foi discutida)

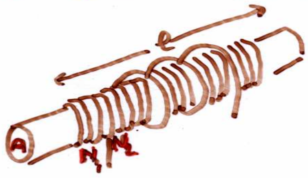
$$\boxed{\text{Assim } \mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt} \text{ e } \mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt} \text{ com } M = \frac{N_2\Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1\Phi_{B1}}{i_2}}$$

Unidade para M: o Henry

1 H = 1 Wb/A

* No vácuo ou com material magnético linear ($\vec{M} = \chi_m \vec{H}$)

exemplo: indutância mútua de dois solenóides



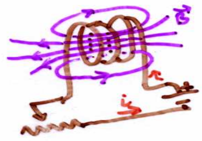
longe das extremidades:

$B_1 = \begin{cases} \mu_0 n_1 i_1 = \dfrac{\mu_0 N_1 i_1}{\ell} & \text{dentro do sol. 1} \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$

$\Rightarrow \Phi_{B2} = B_1 \underbrace{A}_{\text{área do sol. 1}}$

$$\Rightarrow M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_2}{i_1} \frac{\mu_0 N_1 i_1}{\ell} A = \frac{\mu_0 A N_1 N_2}{\ell}$$

Indutores e auto-indutância



Consideramos um único circuito. Se passa uma corrente variável, aparece um campo magnético variável $\Rightarrow$ aparece uma fem auto-induzida que se opõe á variação da corrente.

como para a indutância mútua;

$$\boxed{\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt} \quad \text{com } L = \frac{N\Phi_B}{i}}$$

Obs. 1: quando puxa-se o plugue da tomada da parede, observa-se uma centalha que vêm da auto-indutância do circuito

Obs. 2: usa-se indutores em circuitos para manter a corrente constante, apesar de eventuais flutuações da fem aplicada. Também, usa-se-os para suprimir variações de corrente mais rápidas do que as desejadas.

$V_{ab} = V_a - V_b = +L\frac{di}{dt}$

pois:

se $i \nearrow$, $\mathcal{E}_i = -L\frac{di}{dt} < 0$ e $V_a > V_b$

se $i \searrow$, $\mathcal{E}_i = -L\frac{di}{dt} > 0$ e $V_a < V_b$

se $i = cte$, $\mathcal{E} = 0$ e $V_a = V_b$

Em comparação para um resistor:

$V_{ab} = Ri$, $V_a > V_b$ sempre.

gasto de en. de a a b

E para um capacitor:

$V_{ab} = \frac{Q}{C}$, $V_a > V_b$ sempre

"gasto" de en. de a a b

Exemplos:

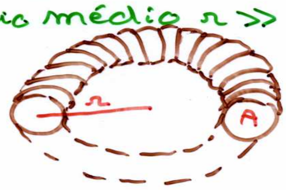
① autoindutância de um solenóide

$B = \mu_0 n i = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$

$\Rightarrow \Phi_B = BA = \frac{\mu_0 N i A}{\ell}$

$\Rightarrow L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$

② autoindutância de um toróide (supondo o raio médio $r \gg$ raio da seção circular A)



$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$ ≈ cte sobre A

$\Rightarrow \Phi_B = BA = \frac{\mu_0 N i A}{2\pi r}$

$\Rightarrow L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$

Caso geral (2 indutores)

$$\begin{cases} N_1\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \\ N_2\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_1 = -N_1\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} \\ \mathcal{E}_2 = -N_2\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

Energia magnética

Revisão:

Para carregar um capacitor, um agente externo tem que fazer trabalho:

$$W_{ext} = \int_0^q \underbrace{V' dq'}_{p/\text{ transferir } dq'} = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{q^2}{2C} = U$$

Este trabalho é armazenado sob forma de en. pot. e pode ser recuperado.

Esta en. é armazenado no campo el. entre as placas com uma densidade:

$$u_e \equiv \frac{U}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \qquad (\varepsilon = \varepsilon_0 \text{ no vácuo})$$

De modo similar:

Para fazer circular uma corrente em um circuito é necessário fornecer energia. Esta energia é armazenada num indutor e devolvida quando a corrente é interrompida.

Supomos i crescente num condutor. A fonte deve fornecer en. ao indutor com taxa:

$$P = V_{ab} i = L i \frac{di}{dt} \Rightarrow dU = P dt \Rightarrow \boxed{U = L \int_0^I i\, di = \frac{1}{2} L I^2}$$

Isto é a en. armazenda.

Esta en. é armazenada no campo magn. no indutor.

Enquanto a corrente fica cte, a en. fica no indutor.

Vamos calcular a densidade de en. magn. no caso de um toróide e argumentar que a fórmula vale de modo geral.

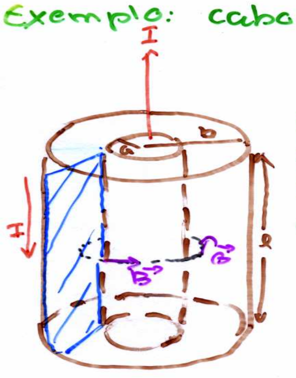
Vimos que $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}$ (se $r \gg$ raio de A)

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} I^2$$

$$\Rightarrow u_m = \frac{U}{V} = \frac{U}{2\pi r A} = \frac{1}{2} \mu_0 \underbrace{\frac{N^2 I^2}{(2\pi r)^2}}_{B^2/\mu_0^2} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

De modo geral, a densidade de en. magn. em um material é $u = \frac{B^2}{2\mu}$

Exemplo: cabo coaxial



Supõe um cabo coaxial formado por 2 cascas cilíndricas de raio a e b, conduzindo corrente em sentido oposto. Calcular a autoindutância e a en. armazenada.

[Considerar que $L = \frac{\Phi_B}{I}$ com Φ_B fluxo através da fatia na figura]

a) $L = \frac{\Phi_B}{I}$ $\Rightarrow$ precisa calcular Φ_B

Com a lei de Ampère, pode-se ver que $\vec{B} = 0$ se $r < a$ ou $> b$ e $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\varphi}$ se $a < r < b$

Assim

para o retângulo hachurado:

$$\Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\ell\,dr = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\left[\ln r\right]_a^b = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi}\ln\frac{b}{a} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

b) $U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 \ell I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$

[Alternativa:

Calcular $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$, $U_m = \int u_m \ell\, 2\pi r\, dr$, L com $U_m = \frac{1}{2} L I^2$]

P3

Física III - 4320301

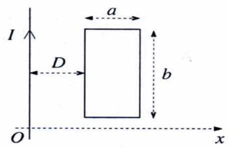
Escola Politécnica - 2010

GABARITO DA P3

24 de junho de 2010

Questão 1

Considere um fio infinito percorrido por uma corrente estacionária I. Coplanar com o fio está uma espira retangular de lados a e b e resistência R. A distância da espira ao fio infinito é D, conforme a figura.



Dado: O módulo do campo magnético produzido por um fio infinito num ponto P a uma distância r do fio é $B = \mu_0 I/(2\pi r)$.

(a) (0,5 ponto) Calcule o fluxo do campo magnético sobre a área da espira.

(b) (0,5 ponto) Calcule a mútua indutância do sistema fio-espira.

(c) (0,5 ponto) Suponha que a espira é deslocada com velocidade $\vec{v}$ constante paralelamente ao fio. Calcule o valor da corrente na espira.

(d) (1,0 ponto) Suponha que a espira é afastada do fio com velocidade $\vec{v}$ na direção perpendicular a esse fio. Calcule a força eletromotriz induzida e a corrente na espira no instante em que a distância da espira ao fio é x. Determine o sentido da corrente induzida (horário ou anti-horário), justificando sua resposta.

P3

Física III

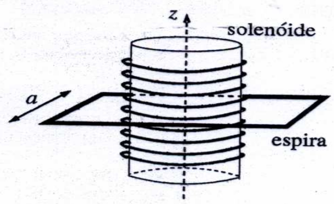
Escola Politécnica - 2009

FGE 2203 - GABARITO DA P3

25 de junho de 2009

Questão 1

Um solenóide longo de raio R tem um enrolamento uniforme de N espiras num comprimento h, e é prenchido por um material de susceptibilidade magnética χ_m. Uma corrente I percorre o solenóide. Uma espira quadrada de lado $a > 2R$, está localizada perpendicularmente ao solenóide, conforme a figura.



(a) (0,5 ponto) Calcule o modúlo do campo magnético no solenóide sabendo-se que no vácuo seu valor é $\mu_0 NI/h$.

(b) (1,0 ponto) Calcule a auto-indutância do solenóide e a energia magnética nele armazenada.

(c) (1,0 ponto) Calcule o fluxo magnético através da espira quadrada e a indutância mútua entre a espira e o solenóide.

P3/2007

P3

Física III

Escola Politécnica - 2007

FGE 2203 - GABARITO DA P3

28 de junho de 2007

Questão 1

Um solenóide ideal de comprimento h e raio R tem um enrolamento com N espiras.

(a) (1,5 ponto) Calcule a auto-indutância do solenóide. Calcule a energia armazenada no solenóide quando pelo fio circula uma corrente I.

(b) (1,0 ponto) Repita os cálculos do item (a) para o caso em que o solenóide está preenchido com um material de suscetibilidade χ_m.