— NOÇÃO DE CAMPO ELÉTRICO — 19

Definição do
Campo elétrico §22.6

O vetor campo elétrico $\vec{E}$ em um ponto do espaço é definido como a força elétrica que atua sobre uma carga de prova pequena* e positiva, colocada neste ponto, dividida por q_0

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

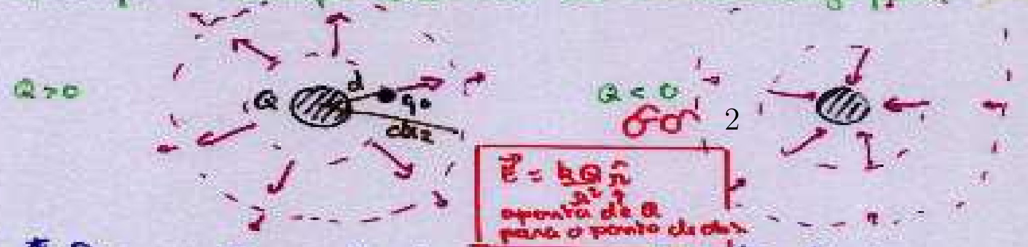
força por unidade de carga (positiva)

($\vec{E}$ é o campo externo à carga de prova, não é o campo provocado pela carga de prova.)

No sistema S.I.: $[E] = \frac{N}{C}$

Obs.: de maneira semelhante, o campo gravitacional $\vec{g}$ num ponto do espaço, pode ser definido como a força gravitacional $\vec{F}$ que atua sobre uma massa de prova m_0, dividida pela massa de prova. Isto é: $\vec{g} = \vec{F}/m_0$

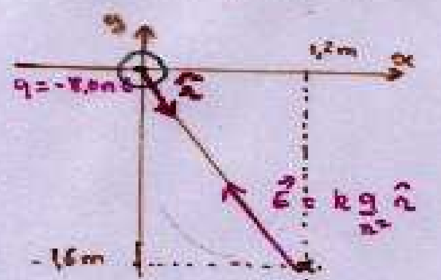
Exemplo: campo elétrico de uma carga puntiforme



* Para não perturbar a distribuição de carga responsável por $\vec{E}$.

1

Uma carga puntiforme $q = -8,0\ nC$ está localizada na origem. Determine o campo elétrico para o ponto $x = 1,2\ m$, $y = -1,6\ m$.



Precisamos calcular r e $\hat{r}$ p/ ter $\vec{E}$.

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1,2^2+(1,6)^2} = 2,0\ m$$

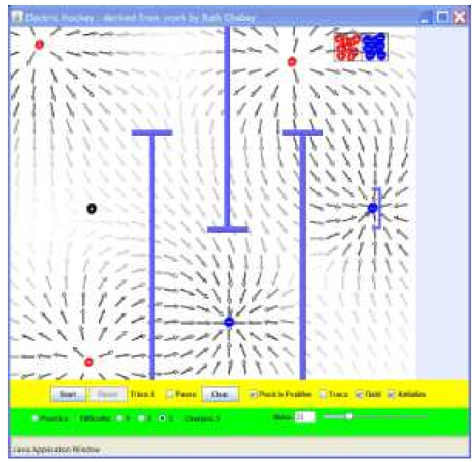
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i}+y\hat{j}}{r} = \frac{1,2\ m}{2,0\ m}\hat{i} - \frac{1,6\ m}{2,0\ m}\hat{j} = +0,60\hat{i} - 0,80\hat{j}$$

assim

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r} = \left(9,0\ 10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(-8,0\ 10^{-9}C)}{(2,0\ m)^2}(0,60\hat{i} - 0,80\hat{j})$$

$$= \left(-11\ \frac{N}{C}\right)\hat{i} + \left(14\ \frac{N}{C}\right)\hat{j}$$

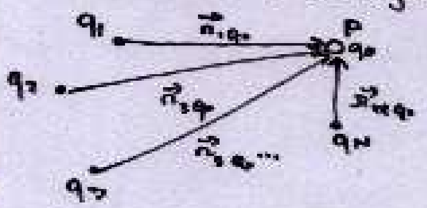
Com isto, pode-se fazer uma pausa para jogar com



http://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/electric-hockey

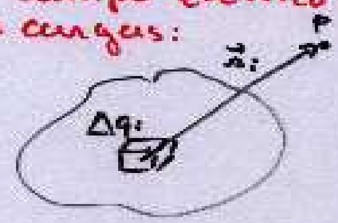
O princípio de superposição dos campos é uma consequência direta do princípio de superposição das forças elétricas

Se existem N cargas o campo el. em P é:



$$\vec{E}_P = \frac{\vec{F}_{tot}}{q_0} = \sum_{j=1}^{N} \frac{k q_j}{r^2_{jq_0}} \hat{r}_{jq_0} = \sum_{j=1}^{N} \vec{E}_{P_j}$$

Daí, podemos calcular o campo elétrico de uma distribuição contínua* de cargas:



Dividimos a distribuição em pequenos elementos com carga Δq_i e usamos o princípio de superposição:

$$\vec{E} \approx k \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$$= \lim_{\Delta q_i \to 0} k \sum \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

$$\boxed{\vec{E} = k \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}}$$

$\hat{r}$ aponta do dq para o ponto onde se calcula $\vec{E}$

* distribuição contínua = dist. entre cargas << dist. entre dist. até P

Podemos definir:

densidade volumétrica de carga: $\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV}$

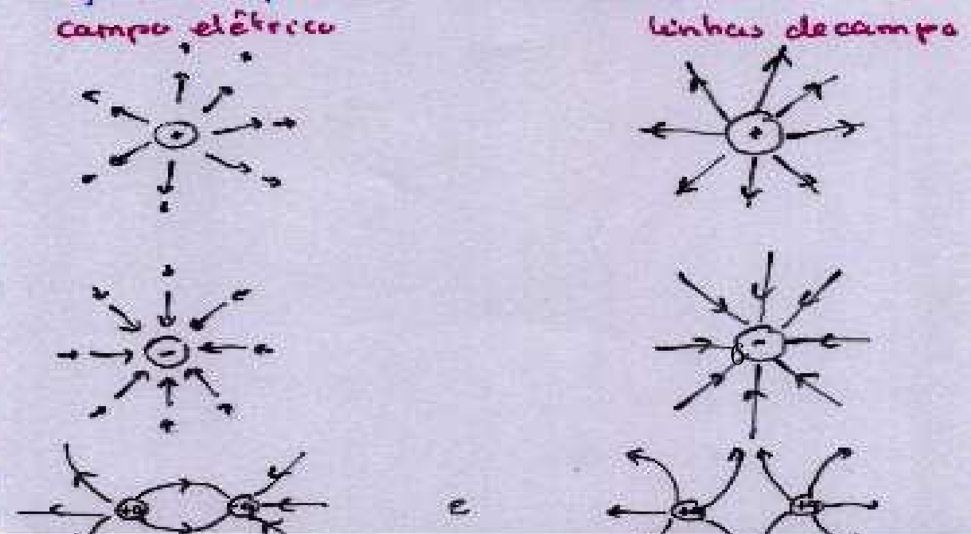
densidade superficial de carga: $\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$

densidade linear de carga: $\lambda = \lim_{\Delta \ell \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta \ell} = \frac{dQ}{d\ell}$

Linhas do campo elétrico: §22.3

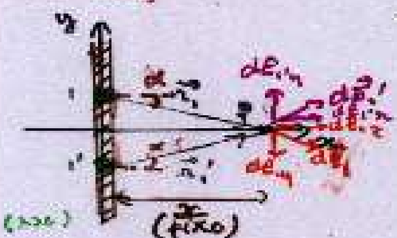
(Servem para visualizar o campo elétrico.)

- O campo elétrico $\vec{E}$ é tangente às linhas do campo elétrico em cada ponto
- O número de linhas por unidade de área, através de uma superfície perpendicular às linhas, é proporcional a $|\vec{E}|$
- As flechas apontam no sentido de $\vec{E}$



Exemplos de cálculo de campo elétrico

• fio infinito



Escolhemos $O_y \parallel$ fio
$O_x \perp O_y$, passando por P.

Precisemos calcular
$$\vec{E} = k\int_{fio} \frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$
← (notação esconde 2 integrais: $E_x = k\int \frac{dq}{r^2} r_x$ e ...

Usamos um argumento de simetria:
olhamos os campos devidos aos dq's localizados em 1 e 1'.
As componentes em y se cancelam : $dE_{1y} + dE_{1'y} = 0$
" " x se somam : $dE_{1x} = dE_{1'x}$

assim $d\vec{E}_{par} = \frac{k\,dq}{(y^2+x^2)}\, 2\cos\alpha\,\hat{x}$ com $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}}$ e $dq = \lambda dy$

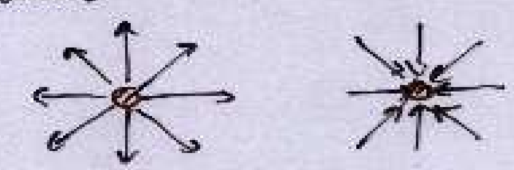
$\hat{r}_1 = \cos\alpha\,\hat{x} - \sin\alpha\,\hat{y}$
$\hat{r}_{1'} = \cos\alpha\,\hat{x} + \sin\alpha\,\hat{y}$

olhando muitos pares, obtemos:
$$\vec{E} = 2k\lambda x \int_0^{+\infty} \frac{dy}{(y^2+x^2)^{3/2}}\,\hat{x} = \frac{\lambda x}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2}\left[\frac{y}{\sqrt{y^2+x^2}}\right]_0^{\infty}\hat{x} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\,\hat{x}$$

0 ← ∞ (pares)

verificar as dim. : $\left[\frac{kq}{r^2}\right]$

Olhando o fio de cima, as linhas de campo são radiais



$\lambda > 0$ $\lambda < 0$

Re-escrevemos:
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,\hat{r}$$

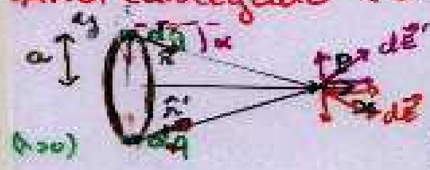
[o método direto, alternativo é assim:
Para um dq, o campo criado em P é:

$$d\vec{E} = \frac{k\,dq}{(y^2+x^2)}\left[\frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}}\,\hat{x} + \frac{-y}{\sqrt{y^2+x^2}}\,\hat{y}\right] \quad \text{com } dq = \lambda dy$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \int d\vec{E} = k\lambda\left[\underbrace{x\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dy}{(y^2+x^2)^{3/2}}}_{\frac{2}{x}}\,\hat{x} - \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y\,dy}{(y^2+x^2)^{3/2}}}_{0}\,\hat{y}\right] = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\,\hat{x}$$

]

• Anel carregado (eixo)



Usamos um argumento de sim.: pegando 2 dq's diametralmente opostos, as componentes de $d\vec{E} \perp Ox$ se cancelam, as componentes de $d\vec{E}$ $// Ox$ se adicionam $\Rightarrow d\vec{E}_{par} = \frac{2k\,dq}{a^2+x^2}\cos\alpha\,\hat{x}$

com $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$

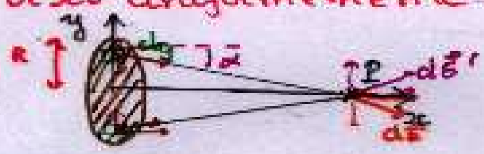
Para uma reta $dq = \lambda dy$
Para um arco de círculo $dq = \lambda a\,d\varphi$

$$\vec{E} = \int d\vec{E}_{par} = \frac{2k\lambda a x}{(a^2+x^2)^{3/2}}\int_0^{\pi} d\varphi\,\hat{x} = \frac{k\lambda a x 2\pi}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,\hat{x} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{a x}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,\hat{x}$$

Obs.: No centro do anel, $x=0 \Rightarrow \vec{E} = 0$ como esperado
Para $x \gg a$, $\vec{E} \sim \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{a}{x^2}\hat{x} = \frac{(2\pi\lambda a)}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\,\hat{x}$, o anel parece uma carga puntiforme $2\pi\lambda a$

[método direto, alternativo: fazer sozinho]

Disco uniformemente carregado



A conta pode ser feita de várias maneiras
a) Considerando o disco como uma superposição de aneis de espessura dr e usando o resultado anterior → cf. livro p.20
b) Usando um argumento de simetria → aqui
c) Fazendo a conta direta → façam se quiserem

Pegando dois elementos de carga diametralmente opostos, vemos que as componentes dos seus $d\vec{E}$ $\perp Ox$ se cancelam e as $\parallel$ se somam.

$$d\vec{E}_{par} = \frac{2\,k\,dq}{r^2+x^2}\cos\alpha\ \hat{x}$$ com r a dist. do dq ao centro do disco e $\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}$

Aqui $dq = \sigma\, dA$ e $dA = r\,d\varphi\, dr$

$$\Rightarrow \vec{E} = \underbrace{\int_0^{\pi}}_{\uparrow\ par}\int_0^R \frac{x\,2k\sigma\, r\,dr\,d\varphi}{\underbrace{(r^2+x^2)^{3/2}}_{\uparrow\ r\ varia}}\ \hat{x}$$

$$= 2kx\sigma \int_0^{\pi} d\varphi \int_0^R \frac{r\,dr}{(r^2+x^2)^{3/2}}\ \hat{x} = 2\pi k\sigma x\left[\frac{-1}{\sqrt{r^2+x^2}}\right]_0^R \hat{x}$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]\hat{x}$$

Obs: no centro do disco, $\vec{E} \neq 0$

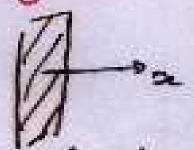
longe do disco (i.e. $x \to \infty$) $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{R^2}{x^2}}}\right]\hat{x} \sim \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\frac{R^2}{x^2}\hat{x}$

$= \frac{Q/\pi R^2}{4\varepsilon_0}\frac{R^2}{x^2}\hat{x} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\hat{x}$ i.e. campo puntiforme

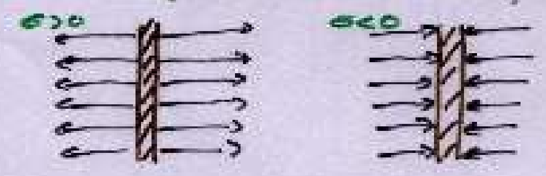
Plano infinito uniformemente carregado

a) fazer $R \to \infty$ na fórmula anterior:

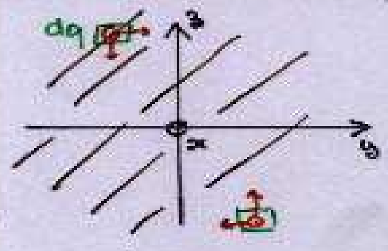
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x} \quad (se\ x>0)$$



isto é independente da dist. x do ponto de observação $\perp$ ao plano $\Rightarrow$ $\vec{E}$ é uniforme



b) Pode-se usar um argumento de simetria



$$d\vec{E}_{par} = \frac{2k\,dq}{(x^2+y^2+z^2)}\cos\alpha\ \hat{x}$$

com

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \quad e \quad dq = \sigma\, dy\, dz$$

$$\vec{E} = \dots = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x}$$

c) Método direto

P1/ 2007

Questão 2

Um dipolo elétrico é formado por duas cargas pontuais, $+q$ e $-q$, situadas respectivamente em $(0, d, 0)$ e $(0, -d, 0)$:

(a) (1,5 ponto) Calcule o vetor campo elétrico em um ponto genérico do plano xy. Expresse o resultado em coordenadas cartesianas.

(b) (0,5 ponto) Qual é o campo elétrico (módulo e direção) num ponto sobre o eixo x?

(c) (0,5 ponto) Qual é o potencial em pontos do plano $y = 0$? ← não fazer

P1

Física III

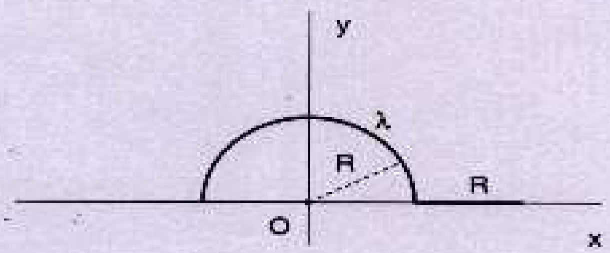
Escola Politécnica - 2009

FGE 2203 - GABARITO DA P1

2 de abril de 2009

Questão 1

Um fio isolante com densidade linear de carga uniforme λ é dobrado na forma mostrada abaixo.



(a) (1,0 ponto) Determine o vetor campo elétrico $\vec{E}$ na origem O devido ao semi-círculo.

(b) (1,0 ponto) Determine o vetor campo elétrico $\vec{E}$ na origem O devido ao segmento de reta.

(c) (0,5 pontos) Uma carga pontual q é colocada na origem. Determine a força total $\vec{F}_{\text{fio}}$ sobre o fio exercida pela carga q.

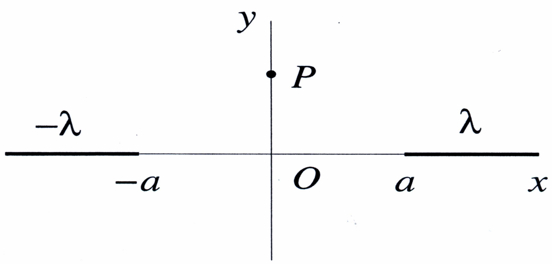
P1 /2010

Questão 3

A densidade linear de carga ao longo do eixo x é dada por

$$\lambda(x) = \begin{cases} -\lambda, & \text{se } x < -a, \\ \lambda, & \text{se } x > a, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde $\lambda > 0$ e $a > 0$ são constantes.



(a) (1,0 ponto) Calcule o campo elétrico $\vec{E}$ num ponto P sobre o eixo y.

~~(b) (1,0 ponto) Adotando-se potencial nulo na origem O, calcule o potencial num ponto P sobre o eixo y.~~

~~(c) (0,5 ponto) Considere os pontos $O = (0, 0, 0)$, $A = (a/2, 0, 0)$ e $P = (0, a, 0)$. Qual é o trabalho efetuado pela força elétrica para levar uma carga q ao longo do percurso fechado $OAPO$?~~

14

P1

Física III

Escola Politécnica - 2006

FGE 2203 - 1ª AVALIAÇÃO

6 de abril de 2006

- ◇ **Esta avaliação tem 100 minutos de duração.**
- ◇ **É proibida a consulta a colegas, livros e apontamentos.**
- ◇ **É proibido o uso de calculadoras.**
- ◇ **Resolva cada questão na folha apropriada.**
- ◇ **Não serão aceitas respostas sem justificativas**

Questão 1

(a) (1,0 ponto) Calcule o campo elétrico (módulo e direção) produzido por um fio semi-infinito com densidade linear de carga $\lambda_0 > 0$ num ponto P a uma distância L da extremidade (considere o fio sobre o semi-eixo z negativo e P em $(0, 0, L)$).

(b) (1,0 ponto) Um anel de raio $\underline{a}$ e densidade linear de carga $-\lambda_0 < 0$ tem seu centro situado no ponto $(0, 0, 0)$ e está contido no plano $z = 0$. Determine o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P em $(0, 0, L)$.

(c) (0,5 ponto) Em que ponto(s) do eixo z a força sobre uma carga Q produzida pelos campos do fio e do anel será nula? *(Determine apenas a equação que deve ser satisfeita.)*

(finitos ou infinitos)

Obs.: problemas com anel e/ou bastão são comuns nas provas. Seguem vários outros exemplos.

2004: bastões

P1

Física III

Escola Politécnica - 2004

FGE 2203 - 1ª AVALIAÇÃO

15 de abril de 2004

- ◇ Esta avaliação tem 100 minutos de duração.
- ◇ É proibida a consulta a colegas, livros e apontamentos.
- ◇ Escreva de forma legível.
- ◇ É proibido o uso de calculadoras.
- ◇ Resolva cada questão na folha apropriada.
- ◇ Não serão aceitas respostas sem justificativas

Questão 1

Um condutor formado por duas hastes 1 e 2, cada uma de comprimento L, está num plano (x, y) como é visto na figura abaixo. Uma haste está ao longo do eixo x e a outra ao longo do eixo y. Sobre o condutor há uma carga Q uniformemente distribuída. Pede-se para determinar, no ponto P sobre o eixo y com coordenada $y = h > L$ (veja a figura),

(1,0 ponto) (a) O campo elétrico $\vec{E}^{(1)}(P)$ gerado pela haste 1.

(1,0 ponto) (b) O campo elétrico $\vec{E}^{(2)}(P)$ gerado pela haste 2.

(0,5 ponto) (c) O campo elétrico $\vec{E}(P)$, devido às duas hastes.