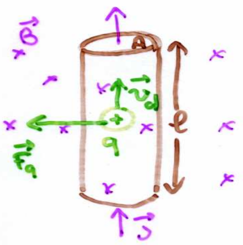
Força magnética sobre um condutor transportando uma corrente

Vimos na aula anterior como definir o campo magnético $\vec{B}$ a partir da força $\vec{F}$ que ele produz sobre uma carga q com velocidade $\vec{v}$: $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

$\Rightarrow$ É natural supor que uma força atua sobre um fio onde circula uma corrente, quando este for imerso num campo magnético.

Consideremos um segmento de um fio condutor retilíneo, de comprimento ℓ e seção reta A:



se $\vec{B} \perp$ fio $(q>0)$

$F_q = q v_d B$ força sobre q

$\Rightarrow F = \underbrace{(nA\ell)}_{\text{nº de cargas em } \ell} (q v_d B)$ força sobre ℓ com n densidade de cargas

$= \underbrace{(n q v_d A)}_{JA = I} (\ell B) = I\ell B$

se $\vec{B}$ qualquer $(q>0)$

$F_q = q v_d B \operatorname{sen}\varphi$ com φ ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{v}_d$ $\Rightarrow$ $F = I\ell B \operatorname{sen}\varphi$

assim

$$\boxed{\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}}$$ força magn. sobre um segmento de fio retilíneo

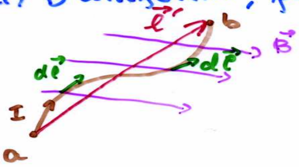
onde $\vec{\ell}$ = vetor de módulo ℓ com o sentido de I

Quando o condutor não é retilíneo, podemos dividi-lo em segmentos infinitesimais $d\vec{\ell}$ e escrever

$$\boxed{\vec{F} = I\int_a^b (d\vec{\ell} \wedge \vec{B})}$$

Casos particulares:

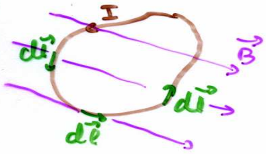
(i) $\vec{B}$ uniforme, fio curvo



$\vec{F} = I\left(\int_a^b d\vec{l}\right) \wedge \vec{B}$ ($\vec{B}$ pode ser fatorizado)

$= I\,\vec{l}' \wedge \vec{B}$ (a soma dos vetores $d\vec{l}$ de a a b é o vetor $\vec{l}'$ dirigido de a para b)

(ii) $\vec{B}$ uniforme, fio fechado (espira)

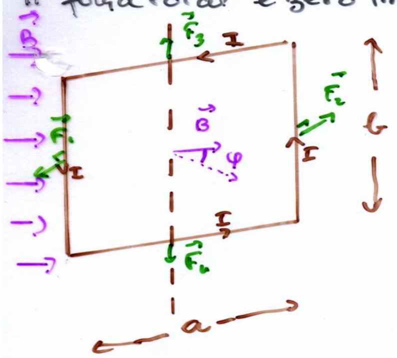


$\vec{F} = I\Big(\underbrace{\oint d\vec{l}}_{0}\Big) \wedge \vec{B} = 0$

Obs.: se $q<0$, $\vec{v_d}$ tem sentido oposto a $\vec{J}$ mas $q\vec{v_d}$ tem o sentido de $\vec{J}$ de modo que as fórmulas acima se aplicam.

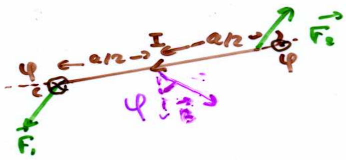
Força e torque sobre uma espira de corrente

A força total é zero mas o torque pode ser não nulo.



$\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$ se cancelam e não produzem torque.

$\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ se cancelam e produzem um torque: visto de cima

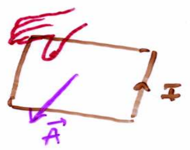


3

$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = IbB$

$\tau = |\vec{F}_1|\,\frac{a}{2}\,\text{sen}\,\varphi + |\vec{F}_2|\,\frac{a}{2}\,\text{sen}\,\varphi \Rightarrow \tau = IabB\,\text{sen}\,\varphi$

É comum introduzir $\vec{A}$ o vetor de módulo $A = ab$ (área da espira), $\perp$ plano da espira e sentido dado por uma regra de mão direita: enrole os dedos em torno da espira no sentido de rotação da corrente, o polegar dá o sentido de $\vec{A}$:



É comum também introduzir:

$$\boxed{\vec{\mu} \equiv I\vec{A} \quad \text{momento magnético ou momento de dipolo magnético}}$$

Com isto pode-se re-escrever:

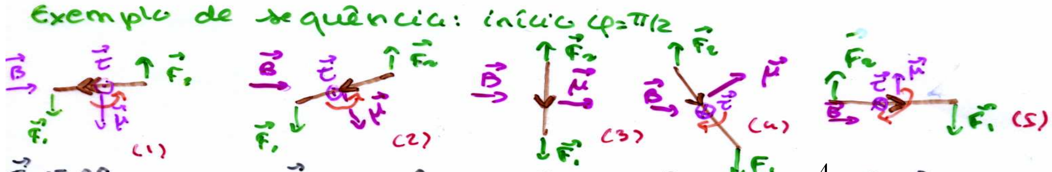
$$\boxed{\vec{\tau} = I\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}}$$

$\vec{\tau}$ é máximo quando $\vec{B} \perp \vec{A} \Leftrightarrow \vec{B}$ // plano da espira
zero quando $\vec{B} /\!/ \vec{A}$ ou anti$/\!/ \vec{A} \Leftrightarrow \vec{B} \perp$ plano da espira

equilíbrio estável (a espira perturbada tende a voltar)

equilíbrio instável (a espira perturbada tende a se afastar)

Exemplo de sequência: início $\varphi = \pi/2$



$\vec{\tau} = BIA\hat{z}$ $\quad$ $\vec{\tau} = BIA\,\text{sen}\,\varphi\,\hat{z}$ $\quad$ $\vec{\tau} = 0$ $\quad$ $\vec{\tau} = -BIA\,\text{sen}\,\varphi\,\hat{z}$ $\quad$ 4 $\quad$ $\vec{\tau} = -BIA\hat{z}$

A sequência é: $\underbrace{(1),(2),(3),(4),(5)}_{\text{meia-volta}}$, $\underbrace{(4),(3),(2),(1)}_{\text{meia-volta}}$,(2),(3) etc.

i.e. a espira oscila em torno da posição de equilíbrio (3) descrevendo meia-voltas (não voltas inteiras)

145

Obs. 1:

Pode-se definir a energia potencial assim:

$$dW = \tau \, d\varphi \Rightarrow \Delta U = -\Delta W = -\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -\mu B \operatorname{sen}\varphi \, d\varphi = -\mu B \cos\varphi_2$$

usando como ponto de ref. $\varphi_1 = \pi/2$, $U(\varphi_1) = 0$.

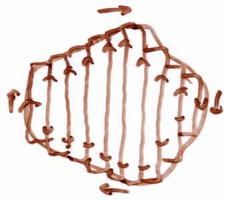
$$\boxed{U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (\text{com } \underset{\text{como ref.}}{U(\varphi = \pi/2) = 0})}$$

Obs. 2:

Uma espira plana irregular com corrente I pode ser decomposta em espiras retangulares com corrente I

assim

as relações anteriores valem para espira plana qualquer.

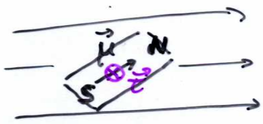


Obs. 3:

para N espiras de mesma área: $\vec{\tau} = N(\vec{\mu}_{esp.} \wedge \vec{B})$

Obs. 4:

A tendência de rotação de uma espira de corrente num campo magnético explica o movimento da agulha de uma bússola (ou mais geralmente uma barra imantada montada num eixo) num campo magnético



(A origem de $\vec{\mu}$ será vista mais tarde)

O motor de corrente contínua

146

O torque sobre uma espira percorrida por uma corrente é o princípio de base de aparelhos de medida da intensidade da corrente, como o galvanômetro, bem como nos motores elétricos.

No caso do motor elétrico, para fazer voltas inteiras e não meia-voltas, pode-se fazer assim:

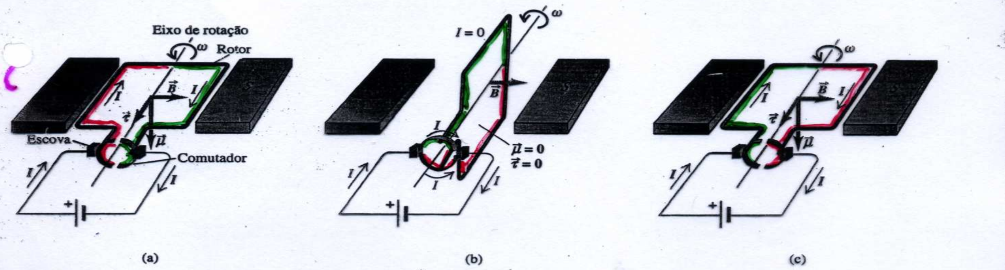
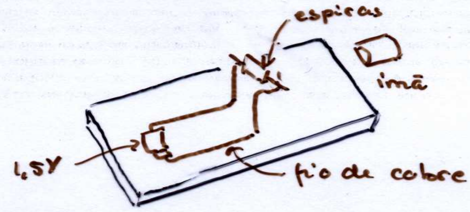


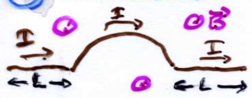
FIGURA 28.35 Diagrama esquemático de um motor dc simples. O rotor é uma espira de fio que pode girar livremente; as extremidades do rotor são ligadas a dois condutores curvos que formam o comutador. Entre os dois segmentos do comutador, existe um material isolante. (a) As escovas são alinhadas sobre os segmentos do comutador e a corrente entra pelo lado esquerdo do rotor e sai pelo lado direito. O torque magnético faz o rotor girar no sentido anti-horário. (b) O rotor girou de 90°. Cada escova está em contato com ambos os segmentos do comutador, de modo que a corrente passa por baixo e a corrente do rotor se interrompe. (c) Depois que o rotor ultrapassou a posição indicada em (b), a corrente volta a fluir através dos lados opostos dos comutadores e atravessa o rotor no mesmo sentido que o indicado [illegible] Logo, o torque magnético continua atuando no mesmo sentido que o indicado em (a).

No motor "caseiro" da aula, o verniz foi tirado sobre a circunferência inteira de uma extremidade e sobre parte da circunferência da outra extremidade. Como a corrente só passa se não tiver verniz, temos um efeito similar ao da figura de cima.



Exemplos:

① Calcular a força magnética sobre o fio:



Para os trechos retos: $\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$

com $F_1 = F_2 = ILB$

Para o trecho em semi-círculo: $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

As componentes horizontais de $d\vec{F}_1$ e $d\vec{F}_2$ se cancelam, as verticais se somam e contribuem com $2Id\ell B \,\text{sen}\,\theta = 2IRd\theta B \,\text{sen}\,\theta$

$\therefore F = \int_0^{\pi/2} 2IRB \,\text{sen}\,\theta \, d\theta = 2IRB \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2} = 2IRB$

{ aponta para baixo

Alternativa para o semi-círculo: $\vec{F} = I\left(\int d\vec{\ell}\right) \wedge \vec{B} = I\vec{\ell}' \wedge \vec{B}$
$= I\, 2R\, \hat{x} \wedge B\hat{z} = -2IRB\,\hat{y}$

② Calcular o momento magnético e o torque:

$\vec{\mu} = I\vec{A}$ e $\vec{A}$ tem módulo $\pi R^2 = 7{,}85\, 10^{-3} m^2$
é ⊥ sfce das espiras
aponta ↑

$\Rightarrow \vec{\mu}_{tot} = N\vec{\mu}$ tem módulo $1{,}18\, A\, m^2$
é ⊥ sfce das espiras
aponta ↑

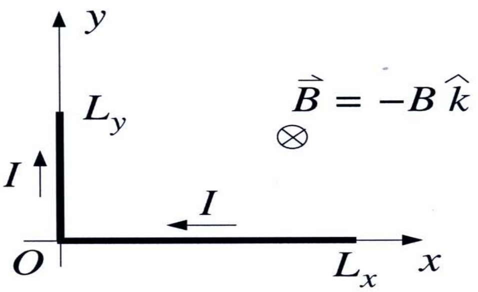
$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ tem módulo $\mu_{tot} B = 1{,}41\, Nm$
tende a girar p/ baixo o lado direito e cima o esquerdo pois

[alt.: calcular $d\vec{F}$, $d\vec{\tau}$ p/ cada $d\vec{\ell}$ e integrar p/ ter $\vec{\tau}$]

2010

Questão 3

Um condutor formado por dois segmentos condutores retilíneos ortogonais de comprimentos L_x e L_y é percorrido por uma corrente constante I (veja a figura).



Um campo magnético constante $\vec{B}$ uniforme é aplicado perpendicularmente ao plano xy para dentro da figura.

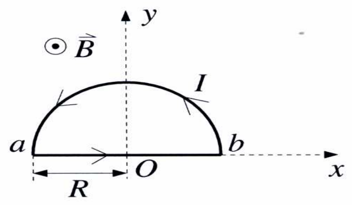
(a) (1,0 ponto) Calcule o vetor força exercida por B sobre o trecho L_x ?

(b) (1,0 ponto) Calcule o vetor força exercida por B sobre o trecho L_y ?

2009

Questão 3

Na figura abaixo o campo magnético $\vec{B} = B\vec{k}$ é uniforme e perpendicular ao plano da figura, apontando para fora. A espira é formada por uma semi-circunferência de raio R e por um segmento retilíneo de comprimento $2R$, situado sobre o eixo Ox. Pela espira circula uma corrente I no sentido anti-horário.



(a) (1,0 ponto) Partindo da equação $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$, calcule a força magnética resultante sobre o segmento reto da espira.

(b) (1,0 ponto) Partindo da equação $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$, calcule a força magnética resultante sobre o segmento semi-circular da espira.

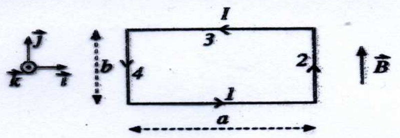
(c) (0,5 ponto) Calcule a força total sobre a espira e o torque que age sobre ela.

9

P2/2008

Questão 3

Em uma bobina retangular com lados de comprimento a e b e com N espiras, passa uma corrente I. A bobina é submetida a um campo magnético constante B. O plano da bobina é paralelo à direção do campo, conforme mostra a figura abaixo.



(a) (1,0 ponto) Calcule as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, que agem sobre os lados 1, 2, 3 e 4 da bobina.

(b) (0,5 ponto) Calcule o vetor momento magnético da bobina.

(c) (1,0 ponto) Sabendo-se que o módulo do torque sobre a bobina é igual a τ_0, determine a corrente que circula na bobina (dê sua resposta em função de a, b, N, B e τ_0).