Corrente, resistência e força eletromotriz (Cap. 26)

Corrente

- Nos capítulos anteriores:

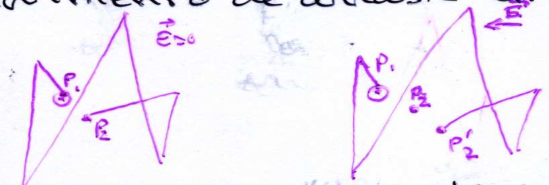
→ cargas elétricas em repouso (em média)
→ condutores em equilíbrio estático
⇒ $\vec{E} = 0$ dentro

Agora:

→ campo elétrico estacionário constante $\vec{E}$ estabelecido no interior do condutor
→ movimento das cargas (móveis)?

É uma superposição do movimento caótico (que existe mesmo com $\vec{E} = 0$) com um movimento de arraste lento devido a $\vec{E} \neq 0$.

mudanças de direção devido à colisões

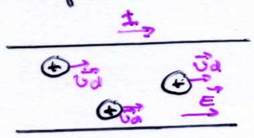


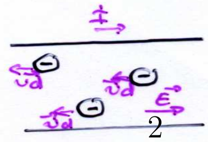
Com $\vec{E} \neq 0$, o eletron se desloca p/ direita aos poucos

Assim aparece uma corrente no condutor.

- Chamamos $\vec{v}_d$ a velocidade de arraste.

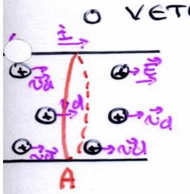
Por convenção a corrente I corresponde ao movimento das partículas positivas.





I: é um escalar
é dado por $\frac{dQ}{dt}$ com dQ carga atravessando a seção reta do condutor em dt
tem como unidade o Ampère: $1A = \frac{1C}{1s}$

Costuma-se definir, além de i, a corrente, o VETOR DENSIDADE DE CORRENTE:



A: seção reta do condutor
q: carga das cargas (móveis)
n: densidade volumétrica das cargas (móveis)
vd: velocidade de arraste

As partículas que atravessam A durante dt, são todas aquelas que estavam à esquerda de A, a uma distância no máximo $v_d\,dt$, i.e., são as partículas no volume (cilíndrico) $A v_d dt$ à esquerda de A.

Assim a carga que atravessa A durante dt é:

$$dQ = n\,(A v_d dt) \times q$$

e a corrente é:

$$i = \frac{dQ}{dt} = nAv_d \times q$$

O módulo do vetor densidade de corrente é por def.:

$$* \; j = \frac{i}{A_{\leftarrow \text{seção reta}}} = n v_d |q|$$

Sua unidade é o A/m^2

O vetor densidade de corrente é por def.:

$$** \; \vec{J} = qn\vec{v}_d$$

Obs.1: na definição de $\vec{J}$ aparece q e não $|q|$, de modo que $\vec{J}$ tem o mesmo sentido que $\vec{E}$ e I.

Obs.2: uma corrente estacionária, é uma corrente que não varia com o tempo. Nesse caso, num pedaço de condutor, a mesma quantidade de carga que entra por uma extremidade, sai pela outra.

Obs.3: as vezes, usa-se a definição mais geral:
$dI = \vec{J}\cdot d\vec{A}$ e $I = \int_{\text{área}} \vec{J}\cdot d\vec{A}$. O caso de cima ("box") corresponde a $\vec{J}$ independente do $d\vec{A}$ e $\parallel d\vec{A}$.

Resistividade (10)

Lei de Ohm: para muitos materiais, entre eles os metais
*** $\rho = E/J$ é uma constante a T fixa, $\forall E$
chamada resistividade
tem unidade de $\Omega . m$ (com $1\Omega = 1V/1A$)
$\sigma = 1/\rho$ é a condutividade

Obs.: p/ materiais não ohmicos, J depende de E de maneira + complexa

Tabela 28.1
Resistividade de Alguns Materiais à Temperatura Ambiente (20°C)

Material	*Resistividade* ρ ($\Omega \cdot$ m) V/A	*Coeficiente de Temperatura da Resistividade* α (K^{-1})
	Metais Típicos	
Prata	$1,62 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-3}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$	$4,4 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$	$4,5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$	$6,5 \times 10^{-3}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$	$3,9 \times 10^{-3}$
Manganina[a]	$48,2 \times 10^{-8}$	$0,002 \times 10^{-3}$
	Semicondutores Típicos	
Silício puro	$2,5 \times 10^{3}$	-70×10^{-3}
Silício tipo n[b]	$8,7 \times 10^{-4}$	
Silício tipo p[c]	$2,8 \times 10^{-3}$	
	Isolantes Típicos	
Vidro	$10^{10} \times 10^{14}$	
Quartzo fundido	$\sim 10^{16}$	

[a] Liga especificamente designada para ter um pequeno valor de α.
[b] Silício puro "dopado" com impurezas de fósforo para uma densidade de portadores de carga de 10^{23} m^{-3}.
[c] Silício puro "dopado" com impurezas de alumínio para uma densidade de portadores de carga de 10^{23} m^{-3}.

Um condutor perfeito teria $\rho = 0$
" isolante " " $\rho \to \infty$

comportamento de ρ com a temperatura

(1) Condutor

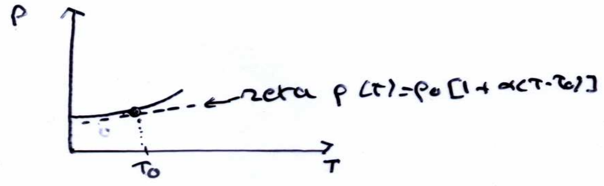
arredor de T_0:

$$\rho(T) = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) \right]$$

$\rho_0 = \rho(T_0)$

α: coeficiente de temperatura da resistividade (cf. tabela anterior)

T_0: ponto de referência (ou 20°C em geral)



Vemos que se $T \nearrow$, $\rho \nearrow$. Pode-se entender este comportamento: se $T \nearrow$, os íons do condutor vibram com maior amplitude e os elétrons colidem mais com eles $\Rightarrow \tau \searrow$ e $\rho \nearrow$

Algumas Propriedades Elétricas do Cobre e do Silício $T_0 = 20°C$?

(2) Semicondutor

109

Propriedade	*Unidade*	*Cobre*	*Silício*
Tipo de material	–	Metal	Semicondutores
Densidade dos portadores de carga n	m^{-3}	9×10^{28}	1×10^{16}
Resistividade ρ_0	$\Omega \cdot m$	2×10^{-8}	3×10^{3} ← alto
Coeficiente de temperatura da resistividade α	K^{-1}	$+ 4 \times 10^{-3}$	$- 70 \times 10^{-3}$

[a]Dados arredondados com um algarismo significativo para facilitar a comparação.

MAS

$n \nearrow$ se $T \nearrow \Rightarrow \rho \searrow$

Transistores e diodos de junção usam material semicondutor

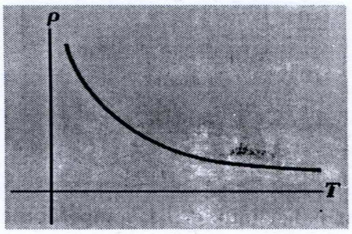


Fig. 27.11 Resistividade em função da temperatura, no caso de um semicondutor puro, como o silício. (isto é devido a estrutura eletrônica, explicável pela mecânica quântica)

(3) Supercondutor

TABELA 27.3 Temperaturas Críticas de Vários Supercondutores

Material	T_c(K)
Nb_3Ge	23,2
Nb_3Sn	18,05
Nb	9,46
Pb	7,18
Hg	4,15
Sn	3,72
Al	1,19
Zn	0,88
$YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$	92
Bi-Sr-Ca-Cu-O	105
Tl-Ba-Ca-Cu-O	125

A baixa temperatura, as cargas podem fluir sem perdas por calor (e sem ddp aplicada)

⇒ MUITAS APLICAÇÕES TECNOLÓGICAS

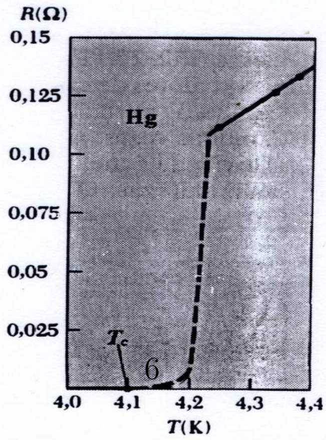
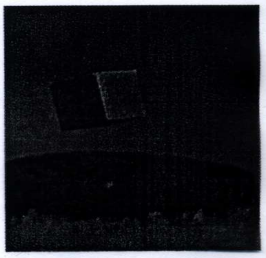
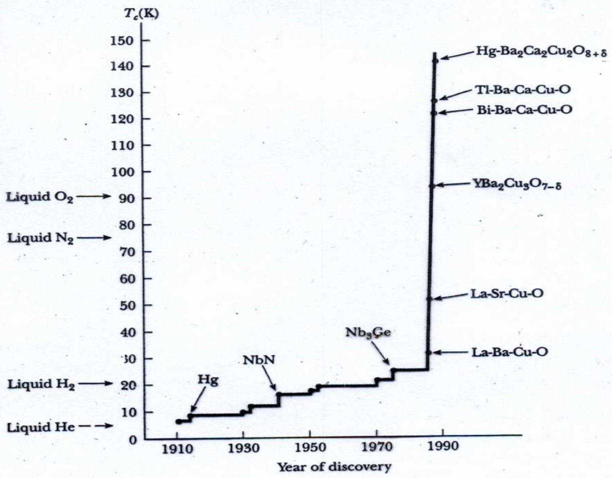


Fig. 27.12 Resistência em função da temperatura, no caso do mercúrio. O gráfico segue a curva de um metal normal acima de uma temperatura crítica, T_c. A resistência cai a zero na temperatura crítica, que é 4,15 K, no mercúrio. (explicável em termos de formação de pares de Cooper de elétrons)

110



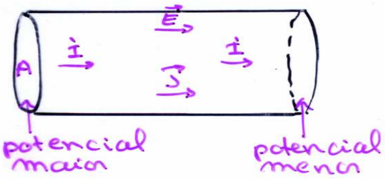
A small permanent magnet levitated above a disk of the superconductor $YBa_2Cu_3O_7$, which is at 77 K. *(Courtesy of IBM Research Laboratory)*



ure 27.13 Evolution of the superconducting critical temperature since the discovery of the phenomenon.

Resistência

Consideremos um pedaço de condutor de seção reta A e comprimento L. Supomos que há um campo $\vec{E}$ dentro



Temos $\vec{E} = \rho \vec{J} \Rightarrow E = \rho \frac{I}{A}$ (se $\vec{J}$ indep do dA, ∥dA)
e
$V = EL$
daí: $V = \frac{\rho L}{A} I$

> Podemos sempre definir a resistência como $R = \frac{V}{I}$
> mas
> para material ôhmico é uma constante e vale $R = \rho \frac{L}{A}$

Obs.1: A unidade de R é o ohm: $1\Omega = \frac{1V}{1A}$

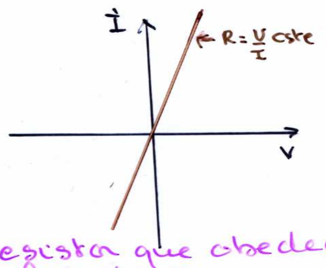
Obs.2: $V = RI$ com R cste é em geral chamado "lei de Ohm".

Obs.3: A analogia com o escoamento de um fluido é útil: uma mangueira fina oferece resistência maior que uma grossa e uma mangueira longa possui resistência maior que uma curta.

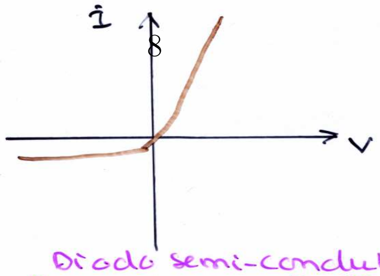
Obs.4: Na fiação de casa, para ter R pequeno, usar um fio de ρ pequena, A grande, L pequeno.

Obs.5: $R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$

Obs.6: Nos circuitos, usa-se resistores (cf. tabela 26.3 do livro) de R fixa.



Resistor que obedece a lei de Ohm



Diodo semi-condutor (age como uma "válvula")

Exemplos:

① Um fio de cobre, de diâmetro 1,02 mm, está conectado a uma lâmpada de 200W e conduz uma corrente de 1,67A. A densidade de elétrons livres do cobre é $8,5\ 10^{23}/m^3$.
Calcule:
a) o módulo da densidade de corrente
b) a velocidade de arraste
c) o módulo do campo elétrico no fio
d) a ddp entre dois pontos separados por 50m
e) a resistência de um segmento de 50m de fio

a) $j = \frac{I}{A}$ com $I = 1,67A$ e $A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1,02\ 10^{-3})^2}{4} = 8,17\times 10^{-7} m^2$
$\Rightarrow j = 2,04\times 10^{6} A/m^2$
b) $v_d = \frac{j}{n|q|} = \frac{2,04\times 10^{6} A/m^2}{(8,5\times 10^{28} m^{-3})\times|-1,60\times 10^{-19} C|} = 1,5\times 10^{-4}\ m/s$
c) $E = \rho j = (1,72\times 10^{-8}\Omega m)(2,04\times 10^{6} A/m^2) = 0,035\ V/m$
d) $V = EL = (0,035 V/m)(50 m) = 1,7V$
e) $R = \frac{V}{I} = \frac{1,7V}{1,67A} = 1,0\Omega$ [alt.: $R = \frac{\rho L}{A}$]

② Um cilindro oco, tem comprimento L, raio interno a e externo b, resistividade ρ. Existe uma ddp entre a superfície interna e a externa, de modo que a corrente escoa radialmente entre as paredes do cilindro.
a) Qual é a resistência para este escoamento radial?

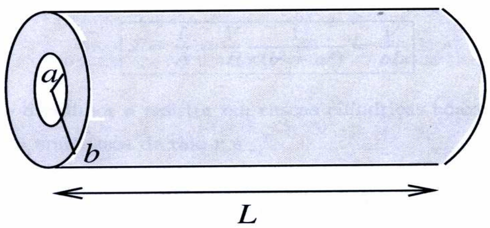
Não podemos usar $R = \rho\frac{L}{A}$ pois A varia
$\Rightarrow$ temos que considerar cascas de raio r e espessura dr.
Para uma casca, $dR = \rho\frac{dr}{2\pi r L}$
$\Rightarrow R = \int_a^b dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{b}{a}$

b) Calcule a corrente elétrica entre face interna e externa, a densidade corrente e o campo elétrico à distância r do eixo:
$I = V/R = \frac{V 2\pi L}{\rho}\frac{1}{\ln b/a}$
$j = \frac{I}{A} = \frac{I}{2\pi L r}$, $\vec{j}$ é radial
$\vec{E} = \rho\vec{j} = \rho\frac{I}{2\pi L r}\hat{r}$

2010

Questão 2

Um resistor com resistividade ρ, tem a forma de um cilindro oco de comprimento L e raios a e b. Calcule a resistência R e o <u>módulo</u> do vetor densidade de corrente $\vec{J}$ no interior do resistor nos casos em que uma diferença de potencial V é aplicada:



(a) (1,0 ponto) entre as bases do cilindro;

(b) (1,5 ponto) entre as superfície interna de raio a e a externa de raio b.

10

2009

Questão 2

A região entre duas cascas esféricas condutoras concêntricas de raios R_1 e R_2 com $R_2 > R_1$ é preenchida com um material de resistividade elétrica ρ. Uma diferença de potencial V_0 é mantida entre os condutores. A casca esférica interna está num potencial mais alto do que a casca esférica externa. Um amperímetro mede a passagem de uma corrente I_0 entre esses condutores.

(a) (1,0 ponto) Calcule o vetor densidade de corrente $\vec{J}$ na região onde $R_1 < r < R_2$

(b) (0,5 ponto) Assumindo que o condutor obedece a lei de Ohm, determine o vetor campo elétrico entre as esferas.

(c) (1,0 ponto) Calcule a resistência desse sistema em função de ρ, R_1 e R_2.

11

26.47 Um material com resistividade ρ possui forma de um cone truncado com altura h e raios r_1 e r_2 nas suas extremidades (Figura 26.34). a) Calcule a resistência do cone entre as duas faces planas. (*Dica:* Divida o cone em muitos discos finos e calcule a resistência de um desses discos.) b) Mostre que seu resultado está de acordo com a Equação (26.10) quando $r_1 = r_2$.