Grupos e Tensores — FMT 429
2^o Semestre de 2000
Segunda lista — 29/09/00

Exercícios:

1. O tensor métrico de um espaço satisfaz $g_{ij} = 0$ se $i \neq j$. Mostre que $g^{ij} = 1/g_{ii}$ para $i = j$ e $g^{ij} = 0$ para $i \neq j$.

2. Considere um espaço tridimensional cuja métrica vale δ^i_j nas coordenadas x^i. Fazemos a mudança de coordenadas

$$\begin{aligned} x^1 &= y^1\, y^2\, \cos y^3 \,, \\ x^2 &= y^1\, y^2\, \sin y^3 \,, \\ x^3 &= \frac{1}{2}\, \left[(y^1)^2 - (y^2)^2 \right] \,. \end{aligned}$$

   Mostre que $ds^2 = [(y^1)^2 + (y^2)^2][(dy^1)^2 + (dy^2)^2] + (y^1 y^2)^2 (dy^3)^2$.

3. Qual a expressão do gradiente em termos das coordenadas "paraboloidais" y^i do problema anterior?

4. Usando o tensor de Levi-Civita ϵ^{ijk}, mostre que

$$(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot (\vec{c} \wedge \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})(\vec{b} \cdot \vec{c})$$

Leitura e referências:

1. Veja, por exemplo, o capítulo 8 do livro do H. Lass, "Vector and Tensor Analysis".