

Conteúdo

1	As Origens nas preocupações do Homem.	1
1.0.1	A descrição dos céus	7
1.1	O Calendário	11
1.2	As Duas Esferas	12
1.2.1	Revolução de Copérnico	13
1.3	Nossa posição diante do universo	14
2	O Nascimento da Ciência Moderna	19
2.1	O Método Científico	19
3	A Mecânica de Newton e a Gravitação	23
3.1	As observações de Tycho Brahe e as Leis de Kepler	23
3.2	As Leis de Kepler	25
3.3	A Mecânica Clássica	26
3.4	O impacto das Leis de Newton e a Nova Mecânica.	32
4	O Eletromagnetismo Clássico e a Relatividade.	35
5	Em Direção à Ciência do Século XX	69
6	As Grandes Revoluções Científicas do Século XX	71
6.1	Átomos, prótons, elétrons e outros - qual é o fundamental? . . .	72
7	Novas Idéias Científicas e as Teorias Universais	77
7.1	Teoria moderna das partículas elementares.	77
7.2	Supersimetria - bósons e férmions.	79
8	As Origens	81

9	O Universo Quântico em Expansão	85
10	A Visão do Século XXI	89
10.1	Teorias de Cordas e Outras dimensões	89
10.2	A Ciência dos dias de Hoje	89
10.3	A Evolução do Universo	98
10.4	Rumo ao Futuro	101
10.5	Conclusões	119

Capítulo 1

As Origens nas preocupações do Homem.

A preocupação humana com o problema de nossas origens provavelmente remonta ao início das preocupações conscientes do homem, haja vista a enorme quantidade de lendas acerca do fato em sociedades mais primitivas, e a sua presença em conteúdos mitológicos de várias religiões politeístas, que culminam nas gênesis das religiões monoteístas. Como podemos apreciar, por exemplo, nas pinturas da Capela Sistina, o problema da criação passa pela arte de conteúdo religioso. Também observamos a satisfação do pensamento na característica hierárquica da criação, como após a separação entre a luz e as trevas quando temos, nas pinturas renascentistas, a criação do Sol, e finalmente a criação humana.

Iniciamos a jornada humana através de um misticismo que se tornou pensamento, vertendo-se primeiramente em religião, depois em filosofia e finalmente em ciência, tendo passado pelas artes, mostrando que a beleza do cosmos levou a um grande abalo nossa mente.

De modo geral, a preocupação humana com o Universo tem sido fonte de inspiração nas ciências assim como nas artes, na filosofia e na religião, e esta preocupação tem sido fonte de inspiração.

FIGURA 1: CAPELA SISTINA (3 QUADROS) FIGURA 2: O HERÓI (1+2 QUADROS A ESCOLHER)

A busca da compreensão do cosmos motivou também gerações de pesquisadores em todas as áreas do conhecimento. O ser humano, tornado consciente, passando a viver o mito do herói e a planejar a compreensão de si mesmo e de seu mundo exterior principalmente através da ciência,

almejando poder descrever a criação do mundo, suas leis e conseqüências. É assim que a preocupação humana tomou forma em objetos longínquos, primeiramente, desde os antigos, no macrocosmos. Não havia na época como se preocupar com o microcosmos por falta da técnica adequada. Foi somente ao final do século XVIII este caminho começou a ser trilhado e posteriormente pavimentado.

O início do pensamento humano sistemático é bem antigo. Os egípcios conheciam metais, faziam medidas, tinham uma matemática primitiva. Falto-lhes a filosofia. Sem ela, não construíram uma cosmologia e sua ciência não prosperou. Os mesopotâmios iniciaram-se na observação dos astros, mas tampouco desenvolveram uma filosofia. Os gregos foram capazes de perscrutar e desenvolver uma filosofia e marchar em direção a uma ciência, através da iniciação ao misticismo. O misticismo faz tomar forma, no inconsciente, a busca de uma causa. O misticismo é uma procura interior, vindo a desenvolver uma mitologia que, ainda que não científica, tenta uma explicação dos fatos. Esta busca de uma explicação eventualmente toma a forma de uma ciência. Vejamos como se dá este crescimento interior.

Os mitos, crenças e religiões formam o inconsciente humano. As dúvidas sobre a natureza, o culto aos mortos, são pequena parte daquilo que chamamos religião. Uma pesquisa sobre as ciências religiosas deve andar em grande parte em direção ao que a religião e a mitologia querem *saber* além de indagar sobre o que o homem quer sentir.

Não sabemos exatamente como nasceram a mitologia e a religiosidade. Os mitos no entanto sempre fizeram parte do imaginário humano. Ao serem repetidos e recontados acabam se moldando ao inconsciente coletivo, sendo um espelho deste.

Na antiga Grécia pré-helênica havia mitos selvagens de povos primitivos. Os cultos dionisiacos eram bastante selvagens. O nome latino de Dionísio é Baco, e as Bacanais eram festas com mulheres que gritavam freneticamente. Estes costumes já vigoravam por volta de 12 a 14 séculos antes de Cristo. Ainda assim, pode-se dizer que a Mitologia tenha sido o início da ciência, como vemos nos pitagóricos que foram o elo de ligação entre o Orfismo e uma proto-ciência. O Orfismo por sua vez foi um movimento de reforma dos mitos dionisiacos, acima descritos. Pitágoras fez portanto uma ligação entre o místico e o racional, uma dicotomia que sempre permeou a história do pensamento humano, não tendo todavia uma união harmônica no Ocidente depois dos gregos antigos. Na Grécia Antiga, os mitos anteriores acerca de deuses e ritos menos civilizados foram transformados nos mitos acerca dos

deuses Olímpicos por Homero, já que um povo guerreiro, de grandes heróis, necessitava de deuses condizentes com tal descrição. Bastante humanos, os deuses Olímpicos tinham poder e majestade, e de modo geral já falavam em justiça.

Interessa-nos aqui a questão da Criação. Em muitas civilizações a criação do universo tem caráter similar, com uma criação que inclui aquela do próprio tempo, o que de fato é correto na concepção da Relatividade Geral, que viria a ser descrita muitos séculos mais tarde. A criação entre os gregos apresenta um aspecto geral bastante parecido com a criação judaica, em algumas de suas vertentes. Para os gregos há várias versões da história da criação. Em uma delas, Caos juntou-se com a Noite (Nix) com quem teve vários filhos. Posteriormente, Érebo (Escuridão) casou-se com Nix, gerando Éter (Luz) e Hemera (Dia) que por sua vez, com a ajuda do filho Eros, geraram o Mar (Pontus) e a Terra (Gaia). Gaia gerou o Céu (Urano). Gaia e Urano geraram os doze Titãs, entre os quais Cronos e Rhea, pais de Zeus, três ciclopes e os três gigantes Hecatônqueires. Gaia estava farta do apetite sexual de Urano, e pediu ajuda aos filhos que se negaram, com exceção de Crono. Armado de foice afiada, esperou o pai em uma emboscada e o castrou. Jogou os restos ao mar, de onde, em uma das versões mitológicas, nasceu Afrodite. Urano então previu que o reinado de Crono terminaria ao ser ele vencido pelo próprio filho.

Cronos trouxe o tempo, e receoso da concretização da profecia paterna devorava seus filhos logo após o nascimento. Esta foi também uma personificação daquele que cria para destruir, tal como o próprio tempo. Rhea salva Zeus do destino dado por Cronos a seus filhos, ao dar uma pedra embrulhada para que Cronos comesse no lugar desse novo filho. Tendo enganado o marido, leva Zeus para o Monte Ida, onde Zeus passou a infância escondido do pai. Quando crescido rebela-se contra o pai salvando os irmãos do interior paterno, e gerando então a homens e a deuses. Exilou Cronos e os Titãs no Tártaro e reinou absoluto. Casou-se com Hera, sua irmã. Gerou a vários outros deuses olímpicos, tanto de Hera, de outras deusas e mortais. Mas gerou filhos até mesmo só, como foi o caso de Palas Atena, que saiu, até mesmo com sua armadura, de um buraco aberto pelo machado de Hefesto no crânio de Zeus. Teve várias amantes mortais, de quem gerou muitos heróis, tais como Hércules.

Esta brevíssima história, que em suas versões originais foram ricas de detalhes até mesmo sobre o psiquismo humano, mostra a preocupação do homem com a criação do mundo e seu destino. Os deuses olímpicos preocupa-

ram-se com os homens e suas lutas como se fossem questões deles mesmos. Foram deuses humanizados, tanto no melhor quanto no pior sentido, tal como na história bíblica de Jô. Os deuses Olímpicos nos trouxeram a preocupação com as Ciências, com as Artes e com a Medicina. Palas Atena foi a mais sábia das deusas, e Febo Apolo foi o pai de Asclépio, o fundador da Medicina, cujos filhos Macéone e Podalírio foram médicos que participaram da guerra de Tróia ao lado dos gregos.

A cosmologia foi uma importante peça na estrutura do pensamento humano, já que dá um caráter divino às atribuições humanas, fazendo dos céus um habitat dos deuses paralelo à Terra. Toda civilização tem alguma resposta para a pergunta sobre a estrutura do Universo. Os babilônicos tiveram sua cosmologia. No santuário de Eridu, era na água a origem de tudo, o mundo habitado saiu do mar, e ainda está cercado por ele. Fora disto, estaria o deus-sol, cuidando de seu rebanho. Certamente se conhece no Ocidente a Gênese mosaica. Foi na civilização helênica que o homem se foi aproximando de uma resposta a partir da observação dos céus, uma resposta que andava na direção do racional, apesar de partir do irracional.

A ciência grega era no entanto uma proto-ciência. Conhecia-se muito, mas, apesar disto, os conceitos estavam, dentro do aspecto da ciência moderna, equivocados. Foram no entanto essenciais para a posterior evolução do pensamento humano. Em particular, o conhecimento dos céus, primeiramente através da antiga crença astrológica vinda já desde os babilônicos, posteriormente através da observação direta dos céus, foi bastante grande, tendo evoluído para o Universo Ptolomaico que discutiremos adiante.

Eram duas as vertentes da ciência dos céus na antigüidade. Por um lado, os místicos, os astrólogos e os sacerdotes se preocupavam com questões de princípios, com os deuses, com a origem, formando o imaginário mitológico e religioso. Por outro lado, havia preocupações quotidianas com as medidas de tempos. Afinal, o homem depende muito, principalmente dentro do início da civilização, do ciclo anual que rege as colheitas, o verão e o inverno. A medida do tempo também era parte do quotidiano, assim como hoje todos temos um relógio à disposição para nos localizarmos nesta tão transcendente direção que é a temporal. As medidas de tempo, assim como as observações astrológicas, levaram a uma astronomia, enquanto as preocupações místicas e mitológicas foram o princípio de uma cosmologia. De fato, os mitos dionisíacos, sexualizados e por vezes brutais, se transformaram no orfismo, que por sua vez deu origem ao pitagoreanismo. Pitágoras foi ao mesmo tempo o fundador de uma religião e um pensador.

Já mais de 1.000 anos antes da era cristã havia observações precisas do movimento do Sol, através da variação do tamanho da sombra de uma vara vertical, o gnomon, durante o dia e de um dia para outro. Combinando-se com relógios d'água, havia uma marcação do tempo.

Os movimentos das estrelas são mais regulares, porém sua observação é mais difícil, pois é necessário que se reconheçam estrelas facilmente distinguíveis de noite para noite. São todavia excelentes para marcações de tempo com prazo mais longo. Isto hoje nos é claro, pois o movimento aparente das estrelas está de fato relacionado quase exclusivamente com a rotação da Terra. Como as estrelas estão a uma enorme distância da Terra, efeitos locais inerentes ao Sistema Solar não interferem, o que não é verdade para o movimento aparente do Sol. O fato é que o dia solar aparente não é constante ao longo do ano. A maioria das constelações reconhecidas pelos antigos foram colocadas em correspondência a figuras mitológicas, de onde temos uma pré-proto-ciência, a Astrologia, que mistura observações precisas com elementos mitológicos. Note-se que as constelações não necessariamente são objetos reais, já que o que observamos são projeções dos objetos na esfera celeste. Dois objetos projetados em pontos próximos na esfera celeste podem estar a enormes distâncias um do outro, na direção dos raios que os ligam a nós.

Foi assim que se começou a descrever o céu, na antiga babilônia, através da astrologia. Os sacerdotes, responsáveis pelas obrigações junto aos templos, como a adoração dos astros, sabiam muito sobre o movimento dos corpos celestes. Mas foi com os gregos que este conhecimento se transformou em uma primeira forma de ciência, através de uma melhor descrição quantitativa dos céus.

Os pitagóricos foram provavelmente os primeiros a pensar na esfericidade da Terra. Foi Pitágoras quem primeiro usou a expressão *Cosmos* para falar dos céus. Antes deles, as idéias ainda estavam bastante aquém de uma compreensão direta, e até Thales sabia-se tanto quanto soubera Homero. No entanto, Heródoto já sabia que havia povos no extremo norte cuja noite durava seis meses, e que os fenícios que supostamente já haviam circumnavegado a África, tendo o Sol à sua direita ao navegar para o poente. Assim, apesar de grandes imprecisões e dúvidas, os pitagóricos formularam um tipo de teoria geocêntrica do Universo. Ainda assim, era uma prototeoria, já que havia, nesta teoria que foi de fato formulada fora dos pitagóricos por Philolaus, um enorme número de imprecisões. Tais imprecisões continuaram por algum tempo, já que Platão, um continuador natural, preocupou-se pouco com o

mundo físico, e sua compreensão foi pouco além. Em particular, apesar de conhecerem algo sobre os planetas e seu movimento errante pelo céu (o que a própria palavra já denota, em grego), não tinham ainda uma explicação precisa para o fato.

Para que as observações feitas aqui na Terra que hoje sabemos estar em movimento, fizessem sentido, caracterizou-se o movimento dos céus através de duas grandes esferas que em uma interpretação moderna se referem aos movimentos da Terra. Deste modo, uma esfera contendo as estrelas move-se para oeste com uma rotação a cada 23 horas e 56 minutos. Porquê não a cada 24 horas? O tempo de adiantamento, de 4 minutos em relação ao dia solar, se soma, em um ano a cerca de $360 \times 4/60$ horas que corresponde a 24 horas, ou um dia. Isto porquê a cada ano, mesmo que a terra não girasse, se passaria um dia solar. Outro modo mais direto de se compreender este fato é verificando-se que, ao passar 24 horas, uma estrela não estaria no mesmo lugar, pois a Terra teria se movido de $1/365$ de sua revolução, ou seja, $1/365$ de uma rotação completa. Isto mostra também, de outro modo, que a direção de rotação da Terra em relação a seu eixo, e aquela em relação ao Sol se fazem no mesmo sentido. De fato, quase todos os astros do sistema solar se movem no mesmo sentido, qual seja, de oeste para leste, provocando uma sensação de que o universo ao nosso entorno se move de leste para oeste. Há alguns poucos satélites em movimento retrógrado.

Consideremos a grande esfera celeste, onde imaginamos as *estrelas fixas*, que formam por exemplo as constelações, paradas. As estrelas nascem e morrem, respectivamente, a leste e a oeste em relação a esta esfera, respectivamente. Há um grande círculo, a eclíptica, com uma inclinação de $23\frac{1}{2}^\circ$, e o Sol se move uma vez a cada $365\frac{1}{4}$ dias pela eclíptica, de oeste para leste, quando projetado na esfera celeste. Isto corresponde à revolução da Terra em torno do Sol, mas vista desde a Terra. Mais precisamente, se localizarmos o Sol na esfera celeste, sempre em uma mesma hora do dia, este ponto vai fazer um grande círculo na esfera celeste, e este círculo se chama eclíptica, e não corresponde ao equador celeste, o círculo máximo da esfera celeste.

FIGURA EQUADOR CELESTE ECLÍPTICA

Algumas estrelas tinham movimentos bastante distintos, pois em certa época do ano andavam em sentido contrário, em movimento retrógrado. Foram chamadas de *planetas*, palavra que, em grego, traz o sentido de *movimento errante*. Hoje sabemos que estes movimentos estão ligados ao movimento dos planetas em torno do Sol. Sabemos ainda que nosso sistema solar é muito pequeno em relação às estrelas. Na antigüidade este fato era com-

pletamente desconhecido.

A descrição dos céus foi ficando mais sofisticada. Os planetas passaram a se mover em círculos em torno de outros círculos em torno da Terra, os epíclis e os deferentes. Este sistema deu origem ao que podemos chamar de sistema ptolomaico de descrição dos céus. Recebido pelos árabes, os guardiães da ciência e da filosofia durante a Idade Média, o sistema foi aperfeiçoado a ponto de ter uma precisão de até 8 minutos de arco!

A ciência moderna teve início com a Revolução de Copérnico, acerca de nosso conhecimento sobre o cosmos. Estando as festividades da páscoa recaindo a cada ano cada vez mais distante da marcação de tempo solar baseada no calendário Juliano, a Igreja Católica encomendou ao sacerdote polonês Nicolau Copérnico um estudo detalhado. O calendário foi corrigido, eliminando-se 10 dias, ou seja, a 4 de outubro de 1582, no calendário Gregoriano, seguiu-se o dia 15 de outubro de 1582. Além disto os anos bissextos múltiplos de 100 mas não de 400 foram eliminados. Mas os detalhes destas mudanças veremos um pouco mais tarde.

1.0.1 A descrição dos céus

O Sistema de Duas Esferas de Eudoxo

A primeira descrição quantitativa dos céus veio com Eudoxo. Primeiramente alguns prolegômena.

Conforme conhecemos hoje, a Terra gira em torno do Sol, mas de maneira um tanto irregular. Há uma inclinação do eixo da Terra em relação ao plano de revolução em torno do Sol. Há dois dias no ano em que este eixo está no plano perpendicular ao plano de rotação da Terra, passando pela Terra e pelo Sol. O exato dia pode mudar ligeiramente (de um dia) de um ano para outro, e em 2004 foram os dias 21 de junho (hora de Greenwich 0h 57min) e 21 de dezembro. O dia 21 de junho marca o início do inverno no hemisfério Sul, quando o hemisfério norte está virado em direção ao Sol. Acontece o oposto no dia 21 de dezembro, quando o hemisfério Sul está virado para o Sol, e temos o início do verão no hemisfério Sul. Estas duas datas marcam o *Solstício*, dia 21 de junho de 2004 foi o Solstício de Inverno no hemisfério Sul, ou o Solstício de Verão no hemisfério Norte. Quando, por outro lado, temos o meio caminho entre os dois Solstícios, em que o eixo de rotação permanece no plano perpendicular àquele definido anteriormente, o dia e a noite terão a mesma duração. Isto caiu nas datas de 20 de março de 2004 e

de 22 de setembro de 2004, correspondendo, respectivamente ao equinócio de outono e ao equinócio de primavera no hemisfério sul, ou equivalentemente, ao equinócio de primavera e ao equinócio de outono do hemisfério norte.

FIGURA SOLSTÍCIO

FIGURA EQUINÓCIO

Como vimos, há várias irregularidades nos movimentos da Terra. Sua rotação é bastante regular, e também vimos que pode servir para acomodar uma grande esfera na qual estão todas as estrelas distantes. Tomemos esta primeira esfera como a primeira descrição dos céus. Para cada outro astro do sistema solar, precisamos de outra esfera para acomodar cada *planeta*. De acordo com os gregos, havia sete planetas, a Lua, o Sol, Mercúrio, Venus, Marte, Júpiter e Saturno.

A esfera solar está inclinada de $23\frac{1}{2}^\circ$ em relação à esfera celeste. O Sol vai para oeste, mas um pouco mais devagar que as estrelas, para que se leve em conta o movimento anual do Sol, de modo que o Sol se atrasa 1° por dia, ou em termos de tempo, 4min por dia. É por isto que o dia solar tem 24 horas e o ciclo da esfera celeste é de 23h e 56 min.

Aristóteles já falava, quatro séculos antes de Cristo sobre medidas do raio da Terra. Eratóstenes, o bibliotecário de Alexandria, foi o primeiro a estimar o raio da Terra com precisão, por volta do terceiro século antes de Cristo. Foi o primeiro passo para uma visão quantitativa do Universo, pois passaremos a ter uma idéia da dimensão do nosso mundo. Este cálculo é simples. Ele observou a sombra de um Gnomon em Alexandria em um dia quando ao meio dia o Sol estava a pino em Siena, uma outra cidade egípcia a uma distância de cerca de 5.000 estádios. O ângulo medido foi de $\frac{1}{50}$ do círculo, ou seja $\frac{71}{5}$, o que levou Eratóstenes a estimar a circunferência da Terra em 250.000 estádios. Hoje não sabemos ao certo o valor do estádio, mas estima-se que o valor obtido esteja apenas 5% abaixo do valor correto. Como os valores acima, usados por Eratóstenes, são estimativas já devidamente arredondadas podemos dizer que o valor obtido foi excelente.

As observações de Aristarco de Samos são as mais interessantes. Aristarco é também conhecido por ter sido quem propôs o sistema heliocêntrico bem antes de Copérnico. Aristarco fez medidas muito apreciáveis. Para medir a distância relativa até o Sol e até a Lua, ele observou a Lua quando estava exatamente na posição de meia Lua. Esta observação é, na prática, sem instrumentos, extremamente difícil. Medindo o ângulo entre a direção da Lua e a do Sol, ele pode estimar tais distâncias relativas.

Pelas observações de Aristarco, o ângulo é de 87° , quando o correto é de $89^\circ 51'$. O valor relativo entre a distância Terra-Sol e a distância Terra-Lua obtida por Aristarco foi de 19, enquanto o valor correto é de 400. Embora haja um erro de um fator de 20, considere-se que para uma observação sem qualquer instrumento, a olho nu, o resultado de uma estimativa para a época é excelente.

Aristarco usou duas outras observações. A primeira é que durante um eclipse solar, a Lua cobre exatamente o Sol. Em outras palavras, mesmo sem observar um eclipse solar, verificamos que o ângulo subtendido pelo Sol ou pela Lua é o mesmo, qual seja, 0.5° . Assim, a relação entre o diâmetro do Sol e o da Lua é o mesmo número acima, ou seja, 19 para Aristarco, e 400 para nós, em uma experiência mais moderna, mas ainda assim, simples. Falta-nos ainda um dado para completar o quebra-cabeças. Este dado suplementar é fornecido pelo eclipse lunar, quando se verifica, conforme feito por Aristarco, que o diâmetro da Lua corresponde à metade do tamanho do cone de sombra. Assim, Aristarco tinha as relações

FIGURAS ECLIPSES MEIA LUA

$$\frac{x}{2d} = \frac{x + 20R}{19d} = \frac{x + R}{D}$$

enquanto nós teríamos

$$\frac{x}{2d} = \frac{x + 401R}{400d} = \frac{x + R}{D}$$

Aristarco resolveu as equações, com $x = 40R/17$, obtendo $d = 0.35D$, e portanto $R_{sol} = 6.6R_t$. Se fizermos o cálculo sem a propagação do erro original devido à medida imprecisa de ângulo, obtemos $x = 2R$, $D = 3d$, e $R_{sol} = 130R_t$. Para comparação com valores observados hoje, temos $D = 3.67d$ e $R_{sol} = 109R_t$, de modo que o método pode ser visto como brilhante. Note-se ainda, que para o diâmetro da Lua, obtemos $1/3$ do diâmetro da Terra, aproximadamente, que é um valor que pode ser considerado muito bom. Se usamos o fato, já bem conhecido, que o tamanho aparente da Lua corresponde a um ângulo de $1/2^\circ$, obtemos a distância Terra-Lua,

$$\text{sen} \frac{1^\circ}{2} = \text{sen} \frac{\pi}{360} \simeq \frac{\pi}{360} = \frac{\frac{2}{3}R_T}{D_{TL}}$$

Portanto,

$$D_{TL} \simeq 75R_T,$$

ou seja, a distância Terra-Lua corresponde, aproximadamente, a 75 vezes a raís da Terra. Os valores atuais são

$$R_T \simeq 6378Km, R_L \simeq 1740Km, R_{TL} \simeq 3,84 \times 10^5 Km \simeq 60R_T$$

O sistema de duas esferas dava uma excelente visão do universo no que tange às estrelas, e mesmo ao Sol, e configura de modo apenas razoavel o movimento lunar.

O movimento solar, que já vimos, é já bastante sofisticado. Do hemisfério sul, vemos o Sol nascer a sudeste, fazer um grande círculo no norte, e colocar-se a sudoeste. Conforme chegamos perto do Solstício de verão, o Sol fica, próximo ao meio dia (horário solar) mais próximo ao sul. O Trópico de Capricórnio corresponde à linha onde o Sol está a pino ao meio dia no Solstício de verão. Para pontos ao sul do trópico de Capricórnio o Sol sempre fica abaixo dos 90° , e ao meio dia aponta para o Norte. Entre o Trópico e o Equador, o Sol pode estar, ao meio dia, tanto ao Norte (na maior parte do tempo) quanto ao sul, e por duas vezes no ano, fica a pino ao meio dia.

A Lua poderia ser outro astro de medida do tempo, e de fato é muito mais simples obter uma medida de tempo a longo prazo através da Lua. Seu período é de cerca de $27\frac{1}{3}$ dias através do zodíaco, e uma Lua nova ocorre depois de $29\frac{1}{2}$ dias. No entanto, pode haver diferenças grandes, de até dois dias, e poucos povos mantiveram o uso do calendário lunar por muito tempo. A divisão em quatro semanas, de acordo com as fases da Lua fornecem uma divisão bastante natural do tempo.

De modo similar, o movimento dos planetas é também muito complicado. Vênus e Mercúrio, os chamados planetas inferiores, movem-se sempre no entorno do Sol, o primeiro dentro de um ângulo de 45° , e o segundo dentro de 28° . Os planetas externos são diferentes, e podem-se mover em qualquer abertura. Marte é bem visto pela sua cor avermelhada. Com instrumentos, as fases de Vênus podem ser bem observadas.

Os Epiciclos e os Deferentes

O movimento dos planetas, ao contrário daquele das estrelas é muito complexo. Não tocaremos no caso da Lua, complexo demais para nosso intuito.

O mais simples destes astros é o Sol. Do ponto de vista moderno, está claro que no sistema Solar, mesmo visto da Terra, este deve ser um movimento razoavelmente simples. Ainda assim há problemas. Um deles é o fato, já percebido na antigüidade, que o período que vai do Equinócio de primavera ao Equinócio de outono no Hemisfério Norte, é 6 dias mais longo que o período correspondente ao Hemisfério Sul, ou equivalentemente ao período entre o Equinócio de Outono e o de Primavera, no Hemisfério Norte.

A implicação dada pelos astrônomos da antigüidade, baseada em esferas, pode ser compreendida como uma maneira de se compreender o movimento real por aproximações sucessivas. De fato, da Terra vemos o Sol se movendo anualmente na eclíptica, de oeste para leste. Sabemos hoje que os planetas se movem em torno do Sol. É natural, do nosso ponto de vista, que os planetas façam revoluções em torno de um ponto (o Sol) que gira em torno de nós. Apesar dos antigos não saberem de tal teoria, era de fato o que eles observavam, como no óbvio caso de Venus e de Mercúrio.

A solução proposta foi que os planetas se movem em círculos, chamados epiciclos, cujo centro, o deferente, move-se ao redor da Terra em movimento circular.

Estas correções foram, com o tempo, ficando cada vez mais complexas. A diferença de 6 dias do movimento do Sol entre o verão nos Hemisférios Norte e Sul que descrevemos acima, foi explicada também através de um pequeno epiciclo, cujo raio correspondia a cerca de 4,17% da distância Terra-Sol. Isto equivale a desviar a Terra do *centro* do movimento do Sol por uma distância também equivalente a 4,17% da distância Terra-Sol. Assim caminhava-se para a descrição a cada vez mais exata do movimento dos astros, por argumentos complexos e sem conhecimento de causa.

1.1 O Calendário

Podemos dizer que uma visão mais realista do universo tenha, desde a antigüidade clássica, até tempos bastante recentes, se baseado em problemas de calendário. O calendário e as medições de tempo em geral foram sempre uma das preocupações importantes do homem. Há várias medições de tempo: relógios de água, varas verticais medindo a sombra do Sol são medições razoavelmente simples. Para medidas de longo tempo, termina por ser melhor a observação das estrelas, que são não somente bastante parecidas de local para outro, mas também são mais precisas nas observações.

No entanto, as medições de tempo pelos vários processos não são completamente equivalentes, na medida em que os movimentos compostos não são simples. Como exemplo, o dia solar tem 24 horas, mas uma estrela volta à mesma posição da noite anterior em 23 horas e 56 minutos.

FIGURA

Enquanto a observação dos céus foi ganhando forma, problemas de interpretação foram aparecendo, levando a uma forma de ciência, uma cosmologia rudimentar, conforme exposto.

No início, entre os babilônicos, o ano era de 360 dias, o que condizia com a base 60 da contagem babilônica. O ano é muito útil para a marcação de colheitas. No entanto, um ano de 360 dias acaba por atrasar o início de datas dependentes do calendário solar, que rege a safra agrícola. O equinócio de primavera, que de acordo com o calendário hoje em vigor chega aos 21 dias do mês de março, fica atrasado em média cinco dias em um ano de trezentos e sessenta dias. Foi assim que os egípcios introduziram cinco dias adicionais para a espera do próximo ano, já que eventos sazonais importantes, como a cheia do Nilo ocorreriam sempre mais e mais tarde. No entanto, mesmo para este tipo de calendário, havia um atraso significativo, e a cada quarenta anos os eventos sazonais acabavam por se atrasar cerca de dez dias. Foi então que Júlio Cesar, com a ajuda de astrônomos egípcios, introduziu um novo dia a cada quatro anos, e adveio o calendário dito juliano, que sobreviveu até a Idade Moderna. Outros problemas com o calendário sobrevieram no século XVI com a nova reforma, que veremos mais adiante.

1.2 As Duas Esferas

Após o que convencionaremos chamar de *era mitológica*, incluindo desde astrologia até pouco antes da idéia de uma Terra esférica, passando pelos mitos da criação, podemos dizer que o primeiro conceito de um universo observacional veio com as *Esferas de Eudoxo*.

Eudoxo foi um grande matemático, dizem mesmo que teria sido o responsável pelo quinto livro de Euclides. Estudou com Platão e também no Egito. Propôs o ciclo de quatro anos para o Sol, incluindo o ano de 366 dias, três séculos antes de Júlio Cesar, quem o efetivou. Seu esquema de esferas concêntricas nos chegou através da metafísica de Aristóteles e de um comentário de Simplício.

Quando observamos os céus, há dois grandes movimentos que nos chamam

a atenção. O primeiro é a circunvolução do céu como um todo, com as estrelas se movimentando de leste para oeste. É como se a Terra estivesse parada no centro do Universo, e tudo se movesse ao redor, girando em uma imensa esfera contendo os objetos celestes. O grande círculo central deste movimento é o equador celeste. O segundo movimento é aquele do Sol. Este não se faz exatamente de leste para oeste, devido à inclinação relativa do eixo da Terra, que é de cerca de $23\frac{1}{2}^\circ$, sendo portanto um pouco mais complicado. A posição do Sol, marcada dia após dia projetada sobre a esfera grande, a esfera celeste, corresponde ao que chamamos de eclíptica, que fica então inclinada de $23\frac{1}{2}^\circ$ em relação ao equador celeste.

Deste modo, uma gigantesca esfera contendo as estrelas gira em torno da Terra com um período de 23 horas e 56 minutos. Enquanto isto, o Sol gira sobre a eclíptica, quatro minutos ao dia de oeste para leste, e a eclíptica gira com a esfera. O período diário, do Sol é uma medida a soma dos dois períodos, ou seja, 24 horas.

1.2.1 Revolução de Copérnico

A ciência moderna teve início com a Revolução de Copérnico, acerca de nosso conhecimento sobre o cosmos. Estando as festividades da páscoa recaindo a cada ano cada vez mais distante da marcação de tempo solar baseada no calendário Juliano, a Igreja Católica encomendou ao sacerdote polonês Nicolau Copérnico um estudo detalhado. O calendário foi corrigido, eliminando-se 10 dias, ou seja, a 4 de outubro de 1582, no calendário Gregoriano, seguiu-se o dia 15 de outubro de 1582. Além disto os anos bissextos múltiplos de 100 mas não de 400 foram eliminados.

Os estudos de Copérnico basearam-se em um sistema com o Sol no centro do *Sistema Solar*, o que foi posteriormente tido como hipótese fisicamente válida (todavia não pelo próprio Copérnico). Houve também observações detalhadas do céu por Tycho Brahe, codificadas por Johannes Kepler em um conjunto de três leis a serem obedecidas pelos movimentos planetários. Galileu por outro lado reformulou nossos conhecimentos de mecânica, que foram recodificados por Newton na primeira descrição científica do Cosmos, já que passamos a ter poder de previsão. O Universo Newtoniano levou a novas descobertas de planetas, em uma descrição sem rival até o final do século XIX, e ainda hoje bastante geral.

1.3 Nossa posição diante do universo

Os pensadores da antiguidade observavam com muita frequência o seu esplendoroso céu. Desde muito cedo souberam da forma esférica da Terra. Medindo o ângulo gerado pelos raios solares ao meio dia por uma vara vertical e comparando-o com uma localidade onde o Sol no mesmo instante estava a pino, Eratóstenes, o bibliotecário de Alexandria foi capaz de calcular, aproximadamente, o raio da Terra por volta do terceiro século antes de Cristo. Para isto ele precisou apenas mandar medir a distância entre Alexandria e uma outra localidade, distância esta que se constatou ser de 5000 estádios, e comparou, no mesmo dia, o Sol a pino em Alexandria com o ângulo de $71/5^\circ$ na outra cidade. Isto levou a uma circunferência da Terra de 250.000 estádios, que segundo estimativas estaria correto dentro de um limite de 5% (não se tem certeza do valor exato do estádio).

Como observadores perspicazes que eram, os antigos elaboraram mapas para a localização dos astros celestes. Na teoria de Ptolomeu, a Terra era o centro do universo. Ptolomeu viveu em Alexandria, durante o segundo século depois de Cristo. Sua teoria era bem aceita pela Igreja, já que propunha que o homem era um ser privilegiado pela Divindade, no centro do universo. Além disto, pode-se imaginar que a teoria alimentava o orgulho dos poderosos que, não eram apenas os dono do poder do lugar em que habitavam, mas do centro do universo. Esta situação psicológica ainda persiste hoje, onde muitos acreditam que haja vida em outros planetas, enquanto outros insistem que isto seja impossível, novamente um teimoso antagonismo de posições. O *Almagest* de Ptolomeu e o *Elementos* de Euclides são os mais antigos textos científicos da humanidade. É uma junção histórica de uma proto-cosmologia com a matemática. O *Almagest* foi refinado pelos autores árabes, o que posteriormente deu subsídio estrutural a Copérnico e Kepler.

Mais ainda, segundo Aritóteles, os corpos caem devido à sua tendência natural de ficar no centro do Universo, e o centro do Universo seria o centro da Terra. Isto nos leva a uma visão de mundo homocentrada, onde todo o universo está naturalmente relacionado com a existência da Terra, cuja posição é completamente privilegiada.

Neste ponto, a física de Aristóteles e a astronomia de Ptolomeu acabam por se completar, e de fato não podem admitir reinterpretações que, conforme veremos, terminarão por mudar completamente a visão de mundo a partir de observações muito simples.

Felizmente, a ciência não se desenvolve baseada apenas em opiniões mas

em fatos. No século XV, o padre polonês Nicolau Copérnico foi incumbido de uma reforma do calendário pondo-se portanto a fazer observações astronômicas, já que as antigas tabelas ptolomáicas haviam acumulado muitos erros até aquela época. Em particular, festas como a Páscoa estavam sendo comemoradas em dias que não eram os prescritos anteriormente, havendo um atraso sistemático. Copérnico descobriu que as complicadas tabelas de Ptolomeu ficavam muito mais simples se, ao invés da Terra ser considerada como centro do Universo, o Sol o fosse. Copérnico não teve problemas com o clero, pois isto foi considerado apenas como uma hipótese de trabalho, e não como uma realidade. Quando outros filósofos, como Giordano Bruno, tomaram as idéias de Copérnico como verdades científicas, houve uma intensa reação — Giordano Bruno foi considerado herege e queimado vivo. Todavia, com o tempo, os fatos se impuseram. De acordo com a teoria de Ptolomeu, segundo a qual os planetas se movem em epiciclos (círculos menores cujos centros estavam por sua vez em círculos maiores em torno da Terra), Vênus nunca poderia ter fases como a Lua. Mas estas fases foram observadas com o advento do telescópio! Mais que isto, as observações mais modernas foram dando corpo a uma nova teoria, muito precisa, e com poder de previsão. O astrônomo dinamarquês Tycho Brahe recebeu do Rei permissão para usar a ilha de Hven, localizada entre as atuais Dinamarca e Suécia, como observatório. Ali ele fez um enorme número de observações. Por sua vez, o alemão Johannes Kepler colocou estas observações sob forma de três leis, conhecidas como Leis de Kepler, que diziam que os planetas se moviam em elipses, o Sol estava num dos focos, a área varrida por unidade de tempo era constante e o cubo do raio da órbita é proporcional ao quadrado do período de revolução. Estas leis, o inglês Isaac Newton mostrou serem consequência de outra mais simples ainda: em primeiro lugar há um conceito de força agindo sobre a aceleração dos corpos proporcionalmente, com a constante de proporcionalidade igual à massa do corpo. Além disto, há uma força gravitacional entre os corpos proporcional ao produto das massas e ao inverso do quadrado da distância. Assim nasceu a lei da gravitação universal de Newton. O universo tem agora uma outra aparência, completamente diferente: não há um centro, nem a Terra, nem o Sol, mas uma infinidade de astros sujeitos à ação de uma lei fundamental, universal, regendo seus movimentos e suas trajetórias.

Após Newton, vários desenvolvimentos seguiram-se dentro da física. Dois grandes campos afirmaram-se, por um lado, a física do pequeno, com a hipótese atômica ganhando força e finalmente se impondo, e de outro lado a união de dois tipos de força conhecidas milenarmente: o magnetismo (do an-

tiquíssimo ímã) e a eletricidade (do pré-histórico relâmpago). Foi com grande surpresa que se verificou no século XIX que as leis que regem o eletromagnetismo pareciam diferentes das leis que regem a mecânica dos corpos - aquela descoberta séculos antes por Isaac Newton. Para acomodar estes dois tipos de leis foi proposto que os fenômenos eletromagnéticos (e a luz é um deste fenômenos) só ocorreriam em um tipo de geléia universal chamada éter, que preenche todo o espaço. Todavia foram vãs as tentativas de se medir o éter.

Foi em 1905 que Albert Einstein, que trabalhava no departamento de patentes em Berna, na Suíça, propôs que todas as leis devem ter a mesma forma. Não importava de onde observássemos um fenômeno, seja de um trem em movimento, seja parado vendo-os acontecer, tanto o fenômeno eletromagnético como o mecânico devem se comportar da mesma maneira. Assim, ele modificou as leis de Newton — na verdade a modificação era muito pequena, e com os aparelhos da época não podia ser observada em fenômenos mecânicos, pois eram da ordem (tamanho) do quadrado da relação entre a velocidade do objeto e a velocidade da luz! Lembremos que a velocidade da luz é de 300.000 quilômetros por segundo! Desta maneira, a modificação em fenômenos do dia a dia (movimento de uma pessoa, por exemplo) não poderia ser notada. No entanto, quando aplicado ao macrocosmo a teoria da relatividade traz várias consequências. Desse modo, a teoria da gravitação de Newton também foi mudada para ser relativística, ou seja, obedecer à teoria da relatividade.

Einstein acreditava que o universo fosse estático. Tentou resolver suas equações para a relatividade geral (assim foi chamada a nova teoria da gravitação) para obter um universo estacionário e encontrou dificuldades, sendo possível encontrar tal solução apenas no caso de modificar as equações com um termo chamado cosmológico. Outras soluções existiam, que todavia não eram estáticas, e que sugeriam um universo em expansão.

Em 1926 o astrônomo Edwin Hubble verificou que as estrelas distantes estavam se afastando de nós, e que a velocidade de afastamento era proporcional à distância que estivermos da estrela. Ora, se tomarmos um elástico, pintarmos nele pontos equidistantes e começarmos a esticá-lo, vamos verificar que também a velocidade relativa de um ponto a outro é proporcional à distância — isto significa que as observações de Hubble implicam em um universo em expansão, de acordo com as equações originais da teoria da relatividade geral! E mais, se o universo está em expansão, houve um dia em que tudo estava comprimido numa região do espaço, e de repente - Bum! uma grande explosão deu origem a tudo!

Desta maneira nos aproximamos da origem do nosso universo. No entanto, como descreve-la em mais detalhe? Porque formaram-se as estrelas, os planetas, as moléculas, os átomos, ou o que quer que exista de menor? E porquê as galáxias, aglomerados de galáxias ou o que quer que exista de maior?

A resposta a estas questões merece um estudo muito detalhado. E devemos retroceder um pouco, para olhar para outras descobertas, inclusive no mundo do muito pequeno.

Capítulo 2

O Nascimento da Ciência Moderna

2.1 O Método Científico

A ciência não pode se desenvolver até o início da Idade Moderna da maneira como vemos nos dias de hoje pela falta de um ingrediente essencial: o método científico.

Os gregos foram bons observadores. Vimos que descobriram fatos complexos, inventaram a matemática e a lógica. No âmbito específico da física jamais passaram de fatos elementares. A causa de tudo isto não é mais nem menos que a ausência do método de avanço da ciência. Foi muito parecido com o que aconteceu no Oriente. Foi o método científico que propiciou o grande avanço material do Ocidente.

Quando se estuda um fenômeno qualquer, tentando-se compreendê-lo, devemos começar por algo inteligível, cognoscível ao nosso intelecto. Isto é um procedimento que quase nunca é simples. Suponhamos que vamos descrever um movimento. Se começarmos pelo movimento de uma carroça, ou de uma pedra ao ser jogada no chão, rolando subsequentemente, veremos que o problema é extremamente complexo. Se for o movimento de um pião teremos grande dificuldade até mesmo para saber que movimento descrevemos, pois há de fato vários. Afinal, um pião fica não cai enquanto gira, muitas vezes tem um movimento dito de precessão em torno de seu eixo, e ao diminuir sua rotação cai de modo quase misterioso. Da mesma maneira uma pedra rola de modo diferente cada vez que a jogamos no chão, dependendo de detalhes

de como ela foi jogada. É quase impossível aprender algo sobre movimento dentro de condições tão complexas. No entanto era assim no início. A física, desde os gregos, era bastante holística. A essência de cada fenômeno não era separada, e questões envolvendo várias componentes tornam-se complexas demais para uma compreensão total ao mesmo tempo.

Em um estudo sobre o universo como um todo, partimos agora da revolução científica de Galileu e Descartes. Com o método científico em mãos, levando em conta as observações detalhadas anteriores ao século XVII, foi possível a Isaac Newton realizar a grande revolução científica dentro da ciência. O trabalho de Newton tornou-se a base sólida da física clássica. Há duas partes essenciais na equação de Newton. Em primeiro lugar, fala-se do resultado da força: esta é proporcional à aceleração do corpo a ela submetida. Sendo a aceleração um objeto geométrico obtido da posição geométrica do objeto como função do parâmetro absoluto chamado tempo, o resultado da força é imediatamente conhecido, uma vez que se saiba a constante de proporcionalidade, chamada de *massa*. De fato, podemos chamá-la *massa inercial*. A força deverá ser o produto da massa pela aceleração. Por sua vez, para definirmos a física do problema, devemos dizer quem é a força. No caso da gravitação, Newton postulou que ela fosse proporcional às massas (aqui *massas gravitacionais*) dos objetos que se atraem e inversamente proporcionais à distância que os separa.

Finalmente, as forças devem obedecer ao *princípio de ação e reação*. Com as leis de Newton, puderam-se confirmar as leis de Kepler de modo dedutivo. Este foi o grande sucesso de Newton. O Universo Newtoniano, todavia, era pobre, por várias razões. Em primeiro lugar, a lei de Newton da gravitação era postulada, não havendo qualquer razão fundamental para a mesma. No entanto, para a época, este não era realmente um problema. Havia dificuldades decorrentes do fato de tal universo ser infinito. Poderia haver colapsos de proporções gigantescas no universo! Além disto, havia o paradoxo de Olbers conforme vemos na figura (2.1).

Suponhamos que o universo seja formado por estrelas ou aglomerados uniformemente distribuídos. Neste caso, se olharmos para uma dada direção no céu, sempre vemos algum ponto luminoso vindo de uma estrela (ou aglomerado). O fluxo de energia dali proveniente é inversamente proporcional ao quadrado da distância, portanto, a energia é obtida multiplicando-se pela área de transmissão é proporcional apenas ao ângulo sólido usado na observação. A constante de proporcionalidade só depende do fluxo de energia transmitida pela estrela ou aglomerado, que supomos constante pelo uni-

Figura 2.1: *O paradoxo de Olbers. Qualquer que seja a direção em que olharmos o universo, através de um ângulo sólido Ω , encontraremos uma fonte luminosa, que emitirá energia de fluxo proporcional a $\frac{1}{r^2}$, com área total Ωr^2 ; portanto o produto será constante, qualquer que seja a distância necessária para encontrarmos a fonte luminosa. Isto acarreta o fato de esperarmos, em um universo infinito e homogêneo, uma luminosidade constante no céu, como se todas as estrelas estivessem arbitrariamente próximas.*

verso. Portanto, se olhássemos para qualquer parte do céu, durante o dia ou à noite, veríamos a mesma claridade que observamos para o sol! Este é o paradoxo de Olbers. Finalmente, com o tempo absoluto tal como definido pela física clássica não há um início, e não se podem compreender problemas relacionados com a formação cósmica.

Capítulo 3

A Mecânica de Newton e a Gravitação

3.1 As observações de Tycho Brahe e as Leis de Kepler

Tycho Brahe (Knudstrup, 1546– Praga, 1601) erigiu, na ilha de Hven, localizada entre as atuais Dinamarca e Suécia, um observatório onde fez as mais precisas observações astronômicas anteriores à luneta. Os árabes haviam melhorado em muito as observações antigas durante a Idade Média. Brahe fez observações com precisão de até $8'$, algumas até $4'$, fantásticas para a época. As observações do planeta Marte foram extremamente importantes para o sucessor de Brahe, Johannes Kepler. Brahe foi para Praga como professor. Era uma época muito difícil devido às guerras religiosas, entre o Catolicismo e a Reforma Johannes Kepler (1571-1630) veio a Praga fugindo de perseguições religiosas. Era um neoplatonista, e acreditava no sistema de Copérnico. Kepler tentou, debalde, moldar os dados de Brahe em um sistema de esferas girantes. Apesar de pequenas diferenças, o fato é que os dados precisos de Brahe não se coadunavam a tal sistema de esferas. Todavia, Kepler acreditava na geometria, e procurou uma figura geométrica que pudesse conter os dados de Brahe, achando-a nas elipses. No trabalho *Sobre o movimento de Marte* publicado em Praga em 1609, Kepler mostra que os dados de Brahe apontavam para uma órbita elíptica, e o planeta tinha uma velocidade variável, que obedece a uma lei simples, qual seja, que a área varrida pelo planeta em seu movimento, definida pelo segmento de reta que

o liga ao Sol, é constante, para intervalos de tempos iguais. Quando tais leis são levadas em conta, o antigo sistema de epiciclos, que de fato foi sendo modificado e ficando cada vez mais complexo para que se levassem em conta aspectos mais detalhados do movimento planetário, cai por terra, pois as complexidades dos movimentos são explicadas de modo simples no sistema heliocêntrico com órbitas elípticas.

Para compreender as mudanças efetuadas, devemos ter em conta que a visão moderna foi uma junção de alguns fatos. Em primeiro lugar, do sistema heliocêntrico de Copérnico, que simplificava uma série de fatos, e em seguida, com os dados de Tycho Brahe, vieram as leis de Kepler, que trouxeram novos elementos para o sistema de Copérnico. Kepler era de fato um neoplatonista, acreditava na beleza das leis, e que a matemática era *o arquétipo da beleza do mundo*. Acreditava também que o Sol era a causa dos movimentos celestes. Isto era uma drástica mudança de pontos de vista. Para os platonistas, a finitude do universo aristotélico era incompatível com a perfeição divina. A deidade platonista tinha uma imensa fecundidade.

Estes jogos de idéias estava na mente dos filósofos e teólogos desde há muito tempo, eram idéias que levavam a teorias sobre a origem do divino. Desde os antigos egípcios o Sol era visto como a origem do divino, com Amenothep, o pai de Tutanchamon. Ele foi o fundador do monoteísmo, contrariando os sacerdotes egípcios, por quem pode mesmo ter sido assassinado. Em uma parte do texto de Copérnico, ele chega a afirmar explicitamente que *no meio de tudo senta-se o Sol em seu trono. Poderíamos achar lugar mais apropriado para este magnífico luminar? Ele é corretamente chamado a Lâmpada, a Mente, o Mestre do Universo; Hermes Trimegistus o chama de Deus Visível*. Também os gregos associavam o herói ao Sol, Apolo o leva em seu carro todos os dias. Para a literatura, o caminho do Sol é o caminho do herói, como Fausto, ou Ulisses em Dante. Para a igreja, estas idéias vão contra sua pretensão de mestra do mundo.

O trabalho de Kepler concernente à lei das áreas foi relativamente fácil e direto. No entanto, aquele relativo ao movimento elíptico foi mais baseado nas observações de Tycho Brahe, e pode ser visto como um autêntico trabalho científico moderno. No entanto, a análise de Kepler sempre levou em conta um espírito Neoplatônico.

A Terceira Lei de Kepler foi, de certo modo, muito importante ao relacionar o movimento de planetas diferentes. A terceira Lei não prevê novidades nas órbitas, mas relacionando planetas diferentes aponta para uma fonte, o Sol, como mestre desta lei. Anunciada em seu *Harmonia dos Mun-*

dos a terceira Lei diz que o quadrado do período de revolução de um planeta é proporcional ao cubo de seu raio médio de revolução em torno do Sol. Esta regularidade para os vários planetas nunca foi pensada antes, e fascinou a Kepler muito mais que as outras duas leis. Esta continuidade para os vários astros era o que Kepler buscava como harmonia do mundo. Kepler ainda pensou em várias maneiras matemáticas e geométricas de pensar o mundo e os planetas, mas na verdade vamos parar neste ponto para prosseguirmos em direção aos fatos que interessam mais à física moderna e à Teoria da Gravitação.

3.2 As Leis de Kepler

Conforme vimos, Tycho Brahe foi um excelente observador. No entanto foi Johannes Kepler quem analisou profundamente os resultados de Brahe colocando-os sob a forma de leis fenomenológicas.

Kepler nasceu em 1571 em Weil, Württemberg, em uma família protestante. Já cedo, por acreditar na teoria de Copérnico, entrou em conflito com os clérigos evangélicos. Sem professor, Mästlin o enviou a Graz em um cargo de professor, seu trabalho *Mysterium cosmographicum* foi a princípio rejeitado por entrar em conflito com as escrituras sagradas, tendo posteriormente sido publicado. No entanto, por causa da Contrarreforma, ele foi novamente expulso de seu trabalho, tendo ido a Praga, onde encontrou Brahe, que ainda viveu dois anos.

Posteriormente, foi para Luiz, onde ainda teve que defender a mãe em um processo de bruxaria.

Os conceitos de Kepler eram extremamente intuitivos, e se baseavam em idéias religiosas e alquímicas, colocando por exemplo a trindade divina nos elementos de uma esfera.

Assim, nas palavras de L. Pauli, Kepler nos dá a imagem interpretativa do conhecimento como uma junção das impressões externas com imagens internas do espírito, já preexistentes.

As Leis de Kepler

A verificação das Leis de Newton se dá através da constatação das Leis de Kepler, derivadas das observações de Tycho Brache:

1. As órbitas são elípticas.

2. As áreas varridas pelos planetas em seus movimentos são sempre as mesmas, em um determinado período de tempo.
3. O quadrado do período é proporcional ao cubo do raio de revolução para todos os planetas em torno do sol.

O fato das órbitas serem elípticas é uma elaboração fenomenológica baseada nas observações detalhadas de Tycho Brahe para a órbita de Marte, e corresponde a uma pesquisa científica de Kepler de forma moderna, usando suas idéias arquetípicas para chegar ao resultado.

A lei das áreas foram uma maneira de se generalizar o resultado do esférico, estando de acordo com os dados observacionais.

Finalmente, a terceira lei coroa os esforços dando destaque ao Sol como mantenedor dos planetas, posto que é uma mesma lei para todos ao mesmo tempo, independente dos detalhes de cada órbita, já que para cada um dos planetas T^2/R^3 tem o mesmo valor.

3.3 A Mecânica Clássica

A mecânica clássica nasceu de algumas observações importantes legadas por Galileu e das Leis de Newton.

Galileu observou, em uma linguagem transladadas para conceitos modernos, que

1. Um corpo em movimento retilíneo e uniforme continuará, na ausência de *forças* (ou seja, caso estiver isolado) em seu estado de movimento, perpetuamente.
2. Sob a ação da gravidade corpos diferentes caem com a mesma aceleração.
3. O movimento dos corpos pode ser descrito por um sistema cartesiano. Dois sistemas que difiram por uma rotação fixa, ou por uma velocidade relativa constante são fisicamente equivalentes.

A primeira destas Leis é a Lei da Inércia, e marca uma grande mudança conceitual em nosso conhecimento da mecânica dos corpos, e está ligada à nossa compreensão do movimento planetário, e do universo.

Quando Aristóteles discutiu o problema do vácuo, ele argumentou que, se um corpo no vácuo tivesse um movimento uniforme, ele permaneceria neste estado para sempre. Então, erroneamente concluiu que isto seria um absurdo, e que portanto o vácuo não pode existir. Na verdade, ele poderia ter formulado a lei da inércia quase 2.000 anos antes! Esta compreensão só veio, no entanto, com uma visão da ciência onde se procura reduzir as leis às suas propriedades essenciais, colocando-as em uma perspectiva onde o fenômeno possa ser simplificado a questões pertinentes apenas àquela lei.

A segunda observação é impélica, já usa o reducionismo acima mencionado, e será importante de fato muito mais tarde, definindo contudo já neste ponto a aceleração da gravidade, universal para todos os corpos.

A terceira lei, conquanto mais descritiva, permite a definição dos chamados sistemas inerciais, fundamentais para a formulação de problemas físicos.

Podemos dizer que o corpo é descrito por uma terna de números $(x_1, x_2, x_3) = \vec{x}$ e pelo tempo t , o que equivale a dizer que temos um sistema de referências.

Sistemas de referência são equivalentes por rotação, ou seja, dois observadores que estão rodados um em relação ao outro vêem as mesmas propriedades físicas, o que descrevemos através de uma transformação linear onde as coordenadas \vec{x}' são associadas às coordenadas \vec{x} através de

$$x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$$

onde

$$(3.1)$$

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} a_{kj} = \delta_{ik} \quad .$$

A matriz que efetua a rotação acima é uma matriz do grupo $SO(3)$, e as novas coordenadas são calculadas a partir das antigas pela regra de rotação, verificando-se quais os ângulos entre os respectivos eixos.

FIGURA

Transformações de Galileo

Sistemas que diferem por uma velocidade \vec{v} constante são equivalentes. A transformação entre os dois sistemas se calcula através das regras da geometria euclidiana, ou seja,

$$\vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}t$$

$$t' = t \quad .$$

Estas são ditas transformações de Galileo.

A contribuição de Newton se dá ao postular que há um elemento chamado *força*, \vec{F} responsável pelo movimento. A força é proporcional à variação temporal da velocidade, ou seja, à aceleração. A constante de proporcionalidade é a massa inercial. Assim sendo,

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = m_i \frac{d^2 \vec{x}(t)}{dt^2}$$

Há que se dar a força nos casos de interesse físico. O caso mais fundamental nos tempos de Newton era a força gravitacional. Newton postulou que

$$\vec{F} = -G \frac{M m_g}{r^2} \hat{r} = \frac{-GM m_g \vec{r}}{|\vec{r}|^3},$$

onde $m_g \equiv m$ e M são as massas gravitacionais dos corpos, e G uma constante universal. Da segunda observação de Galileo anteriormente citada, a massa gravitacional é identificada com a massa inercial.

Solução da Equação de Newton,

$$-GMm \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

Multiplicando-se a equação acima por $\frac{d\vec{x}}{dt}$ temos o resultado

$$m \dot{\vec{x}} \ddot{\vec{x}} + GMm \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \dot{\vec{x}} = 0 \quad ,$$

de onde segue a conservação da energia,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 - \frac{GMm}{|\vec{x}|} \right) = 0 \quad ,$$

ou seja,

$$\frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 - \frac{GMm}{|\vec{x}|} = E = \text{constante}$$

Temos ainda a equação

$$\frac{d}{dt}(m\vec{x} \wedge \dot{\vec{x}}) = m\vec{x} \wedge \ddot{\vec{x}} = -GMm \frac{\vec{x} \wedge \vec{x}}{|\vec{x}|^3} = 0$$

que decorre do fato da força ser central, ou seja, só depende da distância radial, e está na direção radial.

A primeira é a lei de conservação de energia, a segunda, a lei de conservação do momento angular. Notemos que, para uma órbita qualquer,

$$|m\vec{x} \wedge \dot{\vec{x}} \Delta t| = |m\vec{x} \wedge \Delta \vec{s}| = 2m\Delta A$$

onde ΔA é a área variada. Portanto

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{|\vec{L}|}{2m} = \frac{L}{2m} = \text{constante},$$

que é a 1ª lei de Kepler (Lei das áreas).

Além disto, como $\vec{L} = \text{constante}$ (por exemplo na direção do eixo $x_3 = Z$) o movimento é planas (por exemplo no plano $(x_1, x_2) \equiv (x, y')$).

Assim, a velocidade ao quadrado é

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}^2 &= \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 \\ L &= mr^2\dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta} = \frac{L}{mr^2} \end{aligned}$$

A lei de conservação de energia fica sendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r} &= E \\ \Rightarrow \quad \frac{dr}{dt} &= \sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{L^2}{m^2r^2} + \frac{2GM}{r}} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{L}{mr^2} \end{aligned}$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\theta} &= r^2 \sqrt{\frac{2Em}{L^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{2GMm^2}{rL^2}} \\ \Rightarrow \quad \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) &= -\sqrt{\frac{2Em}{L^2} - \left(\frac{1}{r} \right)^2 + \frac{2GM \left(\frac{1}{r} \right) m^2}{L^2}} \end{aligned}$$

Fazendo-se $x = 1/r$, temos:

$$\frac{d}{d\theta}x = -\sqrt{\frac{2Em}{L^2} - x^2 + 2GMx\frac{m^2}{L^2}} = -\sqrt{-(x - x_+)(x - x_-)}$$

$$\Delta = \left(\frac{2GMm^2}{L^2}\right)^2 + \frac{8Em}{L^2}$$

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= \frac{GMm^2}{L^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GMm^2}{L^2}\right)^2 + \frac{2Em}{L^2}} \\ &= \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}}\right) \end{aligned}$$

Solução por Quadratura

$$\theta = -\int \frac{dx}{\sqrt{(x - x_+)(x - x_-)}}$$

$$x = a + b\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{x - a}{b}$$

$$\dot{x} = -b\sin\theta = -b\sqrt{1 - \left(\frac{x - a}{b}\right)^2} = -\sqrt{-x^2 + 2ax + b^2 - a^2}$$

$$b^2 - a^2 = \frac{2E}{L^2}$$

$$a = \frac{GMm^2}{L^2}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{2Em}{L^2} + \frac{G^2M^2m^4}{L^4}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{GMm^2}{L^2} + \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 + \frac{2EL^2m}{(GMm^2)^2} \right)^{1/2} \cos\theta \\
 &= \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 + \varepsilon \cos\theta \right)
 \end{aligned}$$

1. $E > 0, \varepsilon > 1 \Rightarrow$ hiperbole
2. $E = 0, \varepsilon = 1 \Rightarrow$ parábola
3. $E < 0, \varepsilon < 1 \Rightarrow$ elipse

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_{\pm}} &= \frac{GMm^2}{L^2} (1 + \varepsilon) \\
 r_+ + r_- &= \frac{L^2}{GMm^2} \frac{2}{1 - \varepsilon^2} = \frac{L^2}{GMm^2} \frac{2G^2m^3M^2}{2EL^2} = \frac{GmM}{|E|}
 \end{aligned}$$

Semi eixo maior:

$$R_{>} = \frac{GMm}{|E|}$$

Período

$$\begin{aligned}
 \int dt &= \int \frac{dt}{\sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{L^2}{m^2r^2} + \frac{2GM}{r}}} = \\
 &= \int \frac{rdr}{\sqrt{\frac{2E}{m}r^2 + 2GMr - \frac{L^2}{m^2}}} \\
 &= \sqrt{\frac{m}{2|E|}} \int \frac{rdr}{\sqrt{(r - r_+)(r - r_-)}} = t \\
 T &= 2\sqrt{\frac{m}{2|E|}} \int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - r_+)(r - r_-)}} \\
 &= 2\sqrt{\int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - r_+)(r - r_-)}}}
 \end{aligned}$$

Relação entre período e Energia

$$\begin{aligned} r^2 - (r_+ + r_-)r + r_+r_- &= \left(r - \frac{r_+ + r_-}{2}\right)^2 - \frac{r_+^2}{4} - \frac{r_-^2}{4} + \frac{1}{2}r + \frac{r_-}{2} \\ &= \left(r - \frac{r_+ + r_-}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}(r_+ - r_-)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - \xi_+)^2 + \frac{1}{4}\xi_-^2}} &= \int_{r_- - \xi_+}^{r_+ - \xi_+} \frac{(\xi_+ + y)dy}{\sqrt{-y^2 + (\frac{\xi_-}{2})^2}} = \int (\xi_+ + \frac{1}{2}\xi - \cos\theta)d\theta = \\ &= 2\xi_+ \arccos \frac{2}{\xi_-}\xi_- = 2\pi\xi_+ = \pi(r_+ + r_-) \\ \pi(r_+ + r_-) &= \pi \frac{GMm}{|E|} \\ T &= 2\sqrt{\frac{m}{2|E|}} \pi \frac{GMm}{|E|} \\ \frac{T^2}{R^3} &= 2 \frac{m^3 \pi^2 G^2 M^2}{|E|^3 G^2 M^3 m^3} = \frac{2\pi^2}{GM} \end{aligned}$$

que é a Outra Lei de Kepler

3.4 O impacto das Leis de Newton e a Nova Mecânica.

A Sociedade real publicou os *Principia* em 1687, com o título *Philosophical Naturalis Principia Mathematica*. Idéias sobre o espaço e o tempo absoluto começaram então a tomar sentido. Um corpo produz um campo de força no espaço. Introduce-se o conceito de espaço absoluto levando-se em conta que um objeto em rotação produz as *forças fictícias*, como podemos ver em um balde com água pela metade, suspenso por uma corda, em rotação. O fato da

água ser *empurrada* para fora, mostraria a existência de um espaço absoluto, e o observador dentro do balde em rotação não é um observador inercial.

Mais ainda, as forças se espalham pelo espaço, instantaneamente, agindo à distância. Os movimentos dos corpos são descritos por equações diferenciais, cuja solução determina seus movimento perpetuamente: é o que chamamos determinismo clássico.

A Mecânica Clássica firmou-se ainda mais durante o século XVIII, o século das luzes. A Mecânica foi escrita sob nova forma, sendo chamada Mecânica Analítica. A Lei de Força para várias partículas foi reescrita sob outra forma através de outros princípios, os princípios de mínimo, de onde e derivam as Lagrangeanas que descrevem problemas físicos sob forma muito mais geral, e de certo modo mais simples.

As Leis de Conservação foram associadas a simetrias. A conservação de Energia está associada à simetria de translação no tempo, que nos diz que cada instante é, de alguma forma, equivalente a outro qualquer, e que o tempo traz uma certa continuidade.

Por outro lado, o princípio de conservação da Quantidade de Movimento está ligado à simetria de translação no espaço, e a conservação do Movimento Angular nos diz que todas as direções do espaço são equivalentes.

Com Lagrange esta descrição alcançou seu auge, e as equações de Euler-Lagrange podem então descrever qualquer sistema mecânico simples.

Os conceitos de força, potencial, ação à distância passaram a fazer parte integrante da física, e de modo cada vez mais geral chegou-se a descrições detalhadas de sistemas físicos. Faltava à física a descrição de outras forças da natureza, na época as forças elétricas e magnéticas, que se faziam também presentes através da ação à distância, além da física do muito pequeno, que, pensava-se, seria simplesmente a solução de problemas de mecânica clássica de muito corpos.

Capítulo 4

O Eletromagnetismo Clássico e a Relatividade.

As equações de Newton são tais que, dada a força, sabemos a equação de movimento resultado, através de uma equação diferencial do tipo

$$\vec{\mathcal{F}}(\vec{x}) = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

No caso do Eletromagnetismo tal equação dificilmente é de fato utilizada, já que o próprio deslocamento das cargas muda os campos, e como

$$\vec{\mathcal{F}}_{em} = e \left(\vec{E}(\vec{x}) + \frac{1}{c} \frac{d\vec{x}}{dt} \wedge \vec{B}(\vec{x}) \right)$$

o lado esquerdo também muda. É necessário então haver equações que definam $\vec{E}(\vec{x}, t)$ e $\vec{B}(\vec{x}, t)$ como funcionais de \vec{x} e t , através de equações diferenciais.

Equações de Maxwell

São estas as equações de Maxwell:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \wedge \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \wedge \vec{B} &= 4\pi\vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

Conservação da carga: $\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$.

É essencial verificar a veracidade das Leis de Galileo/Newton para as equações acima. Como as equações estão escritas através de igualdade de vetores tridimensionais e de escalares (sob rotação) é obvio que as leis são covariantes sob rotações $x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$.

No entanto, parece claro que as transformações de Galileo

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= \vec{x} + \vec{v}t \\ t' &= t \\ \frac{\partial}{\partial x'_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \\ \frac{\partial}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i}\end{aligned}$$

não conservam a forma das equações acima.

Para se obter as leis de covariância consideramos a solução

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} &= \nabla \wedge \vec{A} \\ \nabla \cdot \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= 0\end{aligned}$$

Leis de Transformação.

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ y' &= y \quad z' = z \\ t' &= \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ A'_x &= \frac{A_x - v\varphi/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ A'_y &= A_y \quad A'_z = A_z \\ \varphi' &= \frac{\varphi - vA_x/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\end{aligned}$$

Sendo $\eta_{\mu\nu}$ a matriz

$$\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

e $u^\mu = (\vec{x}, ct)$

$$x'^\mu = \sum_{\nu=0}^3 a_\nu^\mu x^\nu, \sum_{\nu,\sigma} a_\nu^\mu a_\sigma^\rho \eta^{\nu\sigma} = \eta^{\mu\rho}$$

De um modo geral, a é uma rotação comum, ou seja

$$[a_\nu^\mu] = \begin{bmatrix} 1 & \\ & [a_{ij}] \end{bmatrix}$$

ou uma rotação que inclui o tempo, o que é uma transformação de Lorentz arbitrárias, isto é

$$[a_\nu^\mu] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & 0 & 0 & \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{v/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \end{bmatrix}$$

Para $c \rightarrow \infty$, recaímos nas transformações de Galileo. $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, grande demais para o mundo cotidiano.

A Teoria da Relatividade Especial

A observação fundamental é que as transformações de um observador a outro não podem depender da lei considerada. Portanto reformula-se a mecânica clássica. Os vetores passam a incluir o tempo:

$$x^\mu = (ct, \vec{x}) \quad .$$

Consequências:

- Dilatação do tempo
- Contração do espaço
- Verificações experimentais

A Teoria da Relatividade Geral

A teoria da Gravitação de Newton é obviamente invariante pelas transformações de Galileo, já que não há mistura da variável tempo em

$$-\nabla\left(-\frac{GMm}{|\vec{x}|}\right) = m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

e não é invariante por transformações de Lorentz.

Tendo em vista a Relatividade Especial, onde o tempo comporta-se como o espaço, Einstein postulou que o espaço-tempo não é mais Euclidiano. Além disto, tendo em vista o fato experimental que a massa inercial e a massa gravitacional são iguais, uma partícula em queda livre em um campo gravitacional é localmente equivalente a um observador inercial.

O Princípio de Mach

Um último ponto de importância é o Princípio de Mach. Este refere-se fundamentalmente a sistemas em rotação. Newton considerava que sistemas em rotação apresentavam uma aceleração intrínseca, devido ao espaço absoluto. Ele demonstrava a existência de uma “força centrífuga” através da rotação de um balde cheio de água, pendurado por uma corda.

Leibniz (1646 - 1716) e outros arguíram contra o espaço absoluto: Ernst Mach (1836 - 1916) argumenta que o balde está girando em relação às massas no infinito, e que em uma experiência impossível de ser realizada onde o mundo estivesse vazio o balde não mostraria qualquer sinal de aceleração ao ser girado.

É claro que esta discussão era bastante mais filosófica que física. Note-se ainda, que entre os debatedores (Euler, Kant, Berkeley, Mach) há filósofos e matemáticos.

No entanto ela é útil ao mostrar que o conceito de aceleração absoluta pode carecer de sentido, não sendo tão óbvio como parece.

Forças

A inclusão de forças gravitacionais na Relatividade se dá com uma equação que leva em conta estas idéias, dizendo que há um sistemas de coordenadas ξ^α onde a partícula esta livre de forças, ou seja não está acelerada, em relação a seu tempo próprio τ , definida como

$$d\tau^2 = -\eta_{\alpha\beta}d\xi^\alpha d\xi^\beta,$$

portanto

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\tau^2} = 0 \quad .$$

Como $\xi^\alpha = \xi^\alpha(x^\mu)$, onde x^θ é o sistema onde se mede a aceleração (sistemas de laboratório) temos

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2}\xi^\alpha &= \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \right) \\ &= \frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} + \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0, \end{aligned}$$

onde supomos válida a notação de Einstein, onde índices repetidos são somados, ou seja

$$A^\mu B_\mu \equiv \sum_{\mu=0}^3 A^\mu B_\mu$$

Como

$$\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial x^\lambda}{\partial \xi^\alpha} \equiv \frac{\partial x^\lambda}{\partial x^\mu} = \delta_\mu^\lambda,$$

temos

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

onde

$$\Gamma_{\nu\rho}^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\nu \partial x^\rho}$$

Reescrevemos ainda o tempo próprio como

$$d\tau^2 = -\eta_{\alpha\beta} \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} dx^\mu dx^\nu \equiv -g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu,$$

onde

$$g_{\mu\nu} = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta}$$

Relação entre $\Gamma_{\mu\nu\rho}$ e $g_{\mu\nu}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} &= \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\lambda \partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} + \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial^2 \xi^\beta}{\partial x^\lambda \partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} \\ &= \Gamma_{\lambda\mu}^\rho \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\rho} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta} + \Gamma_{\lambda\nu}^\rho \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi^\beta}{\partial x^\rho} \eta_{\alpha\beta} \\ &= \Gamma_{\lambda\mu}^\rho g_{\rho\nu} + \Gamma_{\lambda\nu}^\rho g_{\rho\mu} \end{aligned}$$

Portanto

$$\partial_\lambda g_{\mu\nu} + \partial_\mu g_{\lambda\nu} - \partial_\nu g_{\mu\lambda} = 2g_{\kappa\nu}\Gamma_{\lambda\mu}^\kappa$$

$$\Rightarrow \Gamma_{\nu\rho}^\mu = \frac{1}{2}g^{\mu\delta} \left\{ \partial_\nu g_{\rho\delta} + \partial_\rho g_{\nu\delta} - \partial_\delta g_{\nu\rho} \right\}$$

No limite Newtoniano $\tau \approx ct$, $x^0 \simeq ct$, $\frac{dt}{d\tau} \approx 1$

$$\frac{d^2 \vec{x}^i}{dt^2} = -\Gamma_{00}^i = -\frac{1}{2}\eta^{ij} \frac{\partial h_{00}}{\partial x^j} c^2$$

$$\left(g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \text{com} \quad |h| \ll 1 \right) \Rightarrow h_{00} \simeq -2\frac{\phi}{c^2}$$

Portanto $g_{00} \simeq -1 - \frac{2\phi}{c^2}$.
Dilatação do Tempo

$$\Delta t_{prop} = \left(-\eta_{\alpha\mu} d\xi^\alpha dg^\beta \right)^{1/2}$$

$$= \left(-g_{\mu\nu} dx^\lambda dx^\nu \right)^{1/2}$$

$$\frac{dt}{\Delta t} = \left(-g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} \right)^{-1/2} = \left(-g_{00} \right)^{-1/2}$$

$$dt_2 = \Delta t \left(-g_{00}(x_2) \right)^{-1/2}$$

$$dt_1 = \Delta t \left(-g_{00}(x_1) \right)^{-1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{\nu_1}{\nu_2} = \left(\frac{g_{00}(x_1)}{g_{00}(x_2)} \right)^{1/2}$$

Para

$$g_{00} \simeq -1 - \frac{2}{c^2}\varphi, \frac{\varphi}{c^2} \ll 1$$

$$\nu_2 = \nu_1 + \Delta\nu$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\varphi(x_2) - \varphi(x_1)}{c^2}$$

$$\phi_{sol} = -\frac{GM_{sol}}{c^2 R_{sol}} \Rightarrow \frac{\phi_{sol}}{c^2} = -2 \cdot 12 \times 10^{-6}$$

Equações de Einstein

$$R^\mu_{\nu\rho\sigma} = \partial_\sigma \Gamma^\mu_{\nu\rho} - \partial_\rho \Gamma^\mu_{\nu\sigma} + \Gamma^\mu_{\sigma\delta} \Gamma^\delta_{\nu\rho} - \Gamma^\mu_{\rho\delta} \Gamma^\delta_{\nu\sigma}$$

$$R_{\mu\nu} = R^\rho_{\mu\rho\nu}$$

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

$T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia-momento.

Soluções das Equações de Einstein.

Um grande número de soluções das equações de Einstein é conhecido. Vamos considerar algumas das mais importantes.

Soluções esfericamente simétricas.

Soluções esfericamente simétricas descrevem a curvatura do espaço tal como provocada por uma distribuição restrita de matéria.

A métrica $g_{\mu\nu}$ não é um conjunto de funções univocamente definidas. Há uma arbitrariedade relacionada à redefinição das coordenadas (invariância por transformações gerais de coordenadas).

Para $x'^{\mu} = x^{\mu} + \xi^{\mu}(x)$

$$(|\xi| \ll 1) \quad g'_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \partial_{\mu}\xi_{\nu} + \partial_{\nu}\xi_{\mu}.$$

Pode-se usar a invariância por transformações gerais de coordenadas para colocar $g_{\mu\nu}$ sob uma forma mais simples. Para uma solução das equações de Einstein esfericamente simétrica, usamos a métrica

$$\begin{aligned} d\tau^2 &= -g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu} = \\ &= B(r,t)dt^2 - A(r,t)dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \end{aligned}$$

Calculamos as conexões afim:

$$\Gamma_{rr}^r = \frac{A'}{2A} \equiv \frac{1}{2}g^{rr}\left\{\partial_r g_{rr}\right\}$$

$$\Gamma_{\theta\theta}^r = -\frac{r}{A}$$

$$\Gamma_{00}^r = \frac{B'}{2A}$$

$$\Gamma_{\theta r}^{\theta} = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma_{\varphi r}^{\varphi} = \frac{1}{r}$$

$$\Gamma_{rr}^0 = \frac{\dot{A}}{2B}$$

$$\Gamma_{\varphi\varphi}^r = -\frac{r \sin^2 \theta}{A}$$

$$\Gamma_{r0}^r = \frac{\dot{A}}{2A} \quad \Gamma_{\varphi\varphi}^\theta = -\sin \theta \cos \theta$$

$$\Gamma_{\varphi\theta}^\varphi = -\cot \theta$$

$$\Gamma_{00}^0 = \frac{\dot{B}}{2B}$$

$$\Gamma_{0r}^0 = \frac{B'}{2B}$$

Portanto

$$R_{rr} = \frac{B''}{2B} - \frac{B'^2}{4B^2} - \frac{A'B'}{4AB} - \frac{A'}{Ar} \\ - \frac{\ddot{A}}{2B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{4B^2} + \frac{\dot{A}^2}{4AB}$$

$$R_{\theta\theta} = -1 + \frac{1}{A} - \frac{rA'}{2A^2} + \frac{rB'}{2AB}$$

$$R_{tr} = -\frac{\dot{A}}{Ar}$$

$$R_{00} = -\frac{B''}{2A} + \frac{B'A'}{4A^2} - \frac{B'}{Ar}$$

$$+ \frac{B'^2}{4AB} + \frac{\ddot{A}}{2A} - \frac{\dot{A}^2}{4A^2} - \frac{\dot{B}\dot{A}}{4AB}$$

Fora de uma distribuição de matéria: $R_{\mu\nu} = 0 \Rightarrow \dot{A} = 0$

$$R_{rr} = \frac{B''}{2B} - \frac{1}{4} \frac{B'}{B} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) - \frac{1}{r} \frac{A'}{A}$$

$$R_{\theta\theta} = -1 + \frac{r}{2A} \left(-\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) + \frac{1}{A}$$

$$R_{00} = -\frac{B''}{2A} + \frac{1}{4} \frac{B'}{A} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) - \frac{1}{r} \frac{B'}{A}$$

$$\begin{aligned} \frac{R_{rr}}{A} + \frac{R_{00}}{B} &= -\frac{1}{rA} \left(\frac{A'}{A} + \frac{B'}{B} \right) = \\ &= -\frac{1}{rA} \frac{d}{dr} (\ln AB) = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (AB)' = 0 \Rightarrow AB = cte$$

$$r \rightarrow 00 : A \approx 1 \approx B \Rightarrow AB = 1$$

$$R_{\theta\theta} = -1 + B'r + B = -1 + \frac{d}{dr} (Br) = 0$$

$$B = 1 + \frac{C}{r}$$

Potencial Newtoniano: $C = -\frac{GM}{c^2}$

Portanto

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

Esta é a solução de Schwarzschild.

Outras soluções análogas: buracos negros com carga (Q) e na presença de uma constante cosmológica (Λ)

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \Lambda r^2\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r} + \frac{Q^2}{r^2} - \Lambda r^2\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

Estrelas.

Para uma distribuição que diremos “normal” de matéria, esta é a solução FORA da distribuição. Por exemplo, a métrica fora da terra, ou de uma estrela. O potencial de Newton sae diretamente, assim como correções relativísticas.

Dentro da estrela: é necessário saber a equação de estado da estrela para definir o lado direito da equação de Einstein,

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix}$$

e $p(\xi)$ define uma equação de estado. Por exemplo (estrelas politrópicas) ϕ

$$p = a\rho^\gamma$$

onde p é a pressão e ρ a densidade de energia.

Buracos Negros.

Para massas demasiadamente concentradas, isto é, em um raio

$$r_c < \frac{2GM}{c^2}$$

Temos um comportamento bastante atípico.

$$d\tau^2 = \left(\frac{2GM}{r} - 1\right)^{-1} dr^2 - \left(\frac{2GM}{r} - 1\right) dt^2 - r^2 d\Omega^2$$

O tempo de fato passa a ser medida pela variável r , de modo que, passando do horizonte de eventos r_c , o sujeito cai inexoravelmente para $r = 0$.

Figura 4.1: Diagrama de queda no Buraco Negro.

Figura 4.2: Diagrama de queda no Buraco Negro.

Solução de Kerr e de Kerr-Newman.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right)dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + 2Ma^2 r \sin^2 \theta\right) \sin^2 \theta d\phi^2,$$

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 - 2Mr + a^2, \\ \Sigma &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta,\end{aligned}$$

M e $0 \leq a \leq M$ são a massa e o momento angular específicos do buraco negro. Os horizontes são $r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}$.

Cosmologia.

Problemas com a cosmologia Newtoniana.

É necessário que achemos uma descrição adequada do Universo. A descrição Newtoniana não o é por várias razões:

- Não explica a evolução do universo. Estrelas não podem ser eternas, pois deve terminar sua energia.
- O paradoxo de Olbers.
- Universo infinito e atração Gravitacional.

No caso de um “Universo de Einstein”, ou seja, na Relatividade Geral, podemos calcular a métrica, desde que conheçamos algo sobre o conteúdo material.

Figura 4.3: Diagrama de Penrose do Buraco Negro.

Figura 4.4: Diagrama do Buraco Negro.

O Princípio Cosmológico.

Todos os pontos do Universo são equivalentes, de um ponto de vista macroscópico. Portanto há um fluido Cósmico Universal, caracterizado por uma densidade de energia ρ e por uma pressão p . Suporemos que haja uma equação de estado $p = w\rho$.

Para materia não relativística (galáxias) temos $w = 0$. Para radiação $w = 1/3$.

Um Universo esfericamente simétrico em torno de qualquer ponto e homogêneo, escrito em termos das variáveis t, r, ∂, φ , não pode ter dependências não triviais em n, θ, φ , de modo que é possível escrever um Ansatz do tipo

$$d\tau^2 = dt^2 - R(t)^2 \left\{ f(r) dr^2 + r^2 d\Omega^2 \right\}$$

ou seja,

$$g_{00} = -1 \quad g_{0i} = 0$$

$$g_{kj} = r(t)^2 \tilde{g}_{ij}$$

$$\tilde{g}_{rr} = f(r), \quad \tilde{g}_{\theta\theta} = r^2 \quad \tilde{g}_{\varphi\varphi} = r^2 \sin^2 \theta$$

Elementos não nulos da conexão afim

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}^0 &= R\dot{R}\tilde{g}_{ij} \\ \Gamma_{0j}^i &= \frac{\dot{R}}{R}\delta_j^i \end{aligned}$$

Figura 4.5: Cassiopéia.

Figura 4.6: Buraco Negro em rotação.

$$\begin{aligned}
\Gamma_{rr}^r &= r \frac{1}{2} f \left\{ \frac{d}{dr} f \right\} = \frac{f'}{2f} \\
\Gamma_{r\theta}^\theta &= -\frac{1}{2r^2} \left\{ \partial_\tau g_{\theta\theta} \right\} = +\frac{1}{r} \\
\Gamma_{r\varphi}^\varphi &= 1/r \\
\Gamma_{r\theta}^r &= \frac{1}{2f} \partial_\theta g_{rr} = 0 = \Gamma_{r\varphi}^r = \Gamma_{rr}^\theta = \Gamma_{rr}^\varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\theta\theta}^r &= \pm \frac{1}{2r} \partial_\tau r^2 = -1/r \\
\Gamma_{\varphi\varphi}^r &= -(1/r) \sin^2 \theta \\
\Gamma_{\varphi\varphi}^\theta &= -\sin \theta \cos \theta \\
\Gamma_{\varphi\theta}^\varphi &= \cot \theta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{R}_{rr} &= \frac{d}{dr} \left(\frac{2}{r} + \frac{f'}{2f} \right) - \frac{d}{dr} \left(\frac{f'}{2f} \right) \\
&\quad + \Gamma_{re}^k \Gamma_{rk}^e - \Gamma_{rr}^k \Gamma_{ke}^e \\
+ \Gamma_{rr}^r \Gamma_{rr}^r + \Gamma_{r\theta}^\theta \Gamma_{\theta r}^\theta - \Gamma_{rr}^r \left(\Gamma_{rr}^r + \Gamma_{r\theta}^\theta + \Gamma_{r\varphi}^\varphi \right) &\quad (4.1)
\end{aligned}$$

$$\tilde{R}_{rr} = -\frac{2}{r^2} + 2\frac{1}{r^2} - \frac{f'}{2f} \frac{2}{r}$$

Figura 4.7: Paradoxo de Olbers.

$$\begin{aligned} &\equiv -\frac{f'}{fr} \\ R_{ij} &= \tilde{R}_{ij} - \left(R\ddot{R} + 2\dot{R}^2\right)\tilde{g}_{ij} \end{aligned}$$

Portanto a eq. de Einstein deve ser satisfeita só se

$$\begin{aligned} \hat{R}_{ij} &= \lambda\tilde{g}_{ij} \\ \Rightarrow -\frac{f'}{fr} &= \lambda f \\ \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{f}\right) &= \lambda r \\ \Rightarrow \frac{1}{f} &= \frac{\lambda r^2}{2} + b \end{aligned}$$

É possível escolher $b = 1$, $\lambda = 0, \pm 2$, escolhendo-se apropriadamente a unidade da variável r .

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -8\pi GT_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= -8\pi G\left(\Gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\Gamma_{\rho}^{\rho}\right) \\ &= -8\pi G\begin{cases} \frac{1}{2}(\rho + 3p) & \mu = \nu = 0 \\ 0 & \mu = i, \nu = 0 \\ \frac{1}{2}(\rho - p)R^2\tilde{g}_{ij} & \mu = i, \nu = j \end{cases} \\ R_{00} &= -\frac{3\ddot{R}}{R} = -\frac{1}{2}8\pi G(\rho + 3p) \\ \Rightarrow 3\ddot{R} &= -4\pi G(\rho + 3p)R \end{aligned}$$

Componente espacial

$$-\left(R\ddot{R}\theta + 2\dot{R}^2 + 2k\right)\tilde{g}_{ij} = -8\pi G\frac{1}{2}(\rho - p)R^2\tilde{g}_{ij}$$

$$R\ddot{R} + 2\dot{R}^2 + 2k = 4\pi G(\rho - p)R^2$$

Escrevemos a métrica na forma

$$d\tau^2 = dt^2 - R(t)^2 \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right\}$$

com $k = 0, \pm 1$.

Esta é a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker. Tomaremos o tensor de energia-momento como sendo o de um fluido perfeito

$$T_{\mu\nu} = pg_{\mu\nu} + (p + \rho)U_\mu U_\nu$$

onde U_μ é a quadrivelocidade, e pode ser tomada como $U^\mu = (1, \vec{0})$.

Estamos preparados para escrever as equações de Einstein de forma completa, e integrá-las.

Utilizando a primeira equação para eliminar \ddot{R} ficamos com

$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}\rho R^2$$

Tomemos agora a conservação de energia, isto é

$$D^\nu T_{\mu\nu} = 0$$

$$\begin{aligned} D_\nu \left(pg^{\mu\nu} + (p + \rho)U^\mu U^\nu \right) &= \\ = \frac{\partial p}{\partial x^\nu} g^{\mu\nu} + g^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \left[g^{1/2} (p + \rho) U^\mu U^\nu \right] \\ &\quad + \Gamma_{\nu\rho}^\mu (p + \rho) U^\nu U^\rho = 0 \end{aligned}$$

$$\mu = 0 : -\frac{dp}{dt} + \frac{1}{R^3} \frac{d}{dt} \left[R^3 (p + \rho) \right] + 0 = 0$$

$$-R^3 \frac{dp}{dt} + \frac{d}{dt} \left[R^3 (p + \rho) \right] = 0$$

$$g_{\mu\nu} dx^\mu g du^\nu = dt^2 - R^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right)$$

$$g^{00} = 1 \quad g = \frac{R^6}{1 - kr^2} r^4 \text{sen}^2 \theta$$

Ou ainda, fazendo $\frac{d}{dt} = R \frac{d}{dR}$

$$3R^2 (p + \rho) + R^3 \frac{d\rho}{dR} = 0$$

$$3R^2 p = -\frac{d}{dR} (\rho R^3)$$

A solução desta equação depende da equação de estado. Tomando $p = w\rho$ temos

$$\begin{aligned} 3w \frac{R^3 \rho}{R} &= -\frac{d(\rho R^3)}{dR} \\ \Rightarrow \ln \rho R^3 &= -3w \ln R \\ \rho R^3 &= AR^{-3w} \\ \rho &= AR^{-3(w+1)} \end{aligned}$$

Para $w = 0$, $\rho = \frac{A}{R^3} = \frac{\text{Massa}}{\text{Volume}}$.

Para $w = 1/3$ $\rho = \frac{A}{R^4}$

Voltando à equação de Einstein temos

$$\dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3} \frac{A}{R^{3w+1}}$$

A solução geral pode ser obtida por quadratura. No entanto é mais útil olhar para certas propriedades particulares que nos vão definir a física. Há dois casos de interesse:

Figura 4.8: Evolução do Universo.

Figura 4.9: Evolução do Universo.

- Universo hoje: domínio de matéria, $w = 0$.
- Universo primordial: domínio da radiação, $w = \frac{1}{3}$.

Em qualquer dos casos há 3 possibilidades:

1) $k = +1$

Conforme R cresce, o lado direito diminui, até que $\dot{R}^2 + 1 \simeq 1$. Neste caso, $\frac{8\pi G}{3} \frac{A}{R^{3w+1}} \simeq 1$, e R não pode crescer mais, passando a diminuir. O Universo é dito fechado.

2) $k = 0$

$$\dot{R} = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} A} R^{-\frac{3w+1}{2}}$$

$$R^{\frac{3(w+1)}{2}} = \sqrt{\frac{8\pi}{3} G A} t$$

$$R = C t^{\frac{2}{3(w+1)}}$$

R cresce indefinidamente.

3) $k = -1$

Não há limite para o crescimento.

Hoje, a densidade é dada por

$$\rho_0 = \frac{3}{8\pi G} \left(\frac{K}{R_0^2} + H_0^2 \right)$$

onde $H = \dot{R}/r$, $H_0 = \dot{R}_0/R_0 =$ valor de hoje $R_0 = R/$.

Definimos a densidade crítica por

$$\begin{aligned}\rho_c &= \frac{3H_0^2}{8\pi G} \\ k = -1 & : \rho < \rho_c \\ k = 0 & : \rho = \rho_c \\ k = +1 & : \rho > \rho_c\end{aligned}$$

Solução para a era dominada por matéria.

Agora, $p = 0$, ou seja, $w = 0$

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3,$$

onde o índice ϕ se refere ao valor de hoje.

Definimos ainda a constante de Hubble hoje, $H_0 = \frac{\dot{R}_0}{R_0}$, e o parâmetro de desaceleração

$$q_0 = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2}.$$

O nome desaceleração já denota o fato que sempre se esperou $q > 0$, ou seja, o universo está decelerando. Dados mais modernos dão o resultado inverso, o que ser a comentado mais tarde. Aqui teremos $q_0 > 0$.

Das equações de Einstein temos

$$\frac{K}{R_0^2} = (2q_0 - 1)H_0^2$$

$$\frac{8\pi G}{3}\rho_0 = 2q_0 H_0^2$$

$$\left(\text{ou seja, } q_0 > 0, \text{ e } \begin{cases} K = 1 \Rightarrow q_0 > 1/2 \\ K = 0 \Rightarrow q_0 = 1/2 \\ K = -1 \Rightarrow 0 < q_0 < 1/2 \end{cases} \right)$$

$$\text{Temos ainda: } \dot{R}^2 + k = \frac{8\pi G}{3}G\rho R^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 \frac{R_0^3}{R} = 2q_0 \frac{H_0 R_0^3}{R}$$

Portanto

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0} \right)^2 = H_0^2 \left(1 - 2q_0 + 2q_0 \frac{R_0}{R} \right)$$

De onde:

$$t = \frac{1}{H_0} \int_0^{R/R_0} \left[1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x} \right]^{-1/2} dx$$

Soluções:

1. $k = +1$

$$1 - \cos \theta = \frac{2q_0 - 1}{q_0} \frac{R}{R_0}$$

Neste caso,

$$H_0 t = q_0 (2q_0 - 1)^{-3/2} (\theta - \sin \theta)$$

$$t = 0 \rightarrow \theta = 0$$

$$\theta - 2\pi \Rightarrow R = 0$$

A idade do universo é, neste caso,

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{1}{H_\nu} \int_0^1 \left[1 - 2q_0 + \frac{2q_0}{x} \right]^{-1/2} dx \\ &= H_\nu^{-1} q_0 (2q_0 - 1)^{-3/2} \left[\arccos \left(\frac{1}{q_0} - 1 \right) - \frac{1}{q_0} (2q_0 - 1)^{1/2} \right] \end{aligned}$$

Para $q_0 \approx 1$, $H_0^{-1} \approx 13 \times 10^9$ anos.

$t_0 \approx 7.5 \times 10^9$ anos.

$t_{max} \approx 40 \times 10^9$ anos.

$2t_{max} \approx 80 \times 10^9$ anos.

2. $q_0 = 1/2$, no caso de $K = 0$, $\rho = \rho_c$. Neste caso, a solução é simples,

$$\frac{R(t)}{R_0} = \left(\frac{3H_0 t}{2} \right)^{2/3}$$

3. $q_0 < \frac{1}{2}$, $K = -1$, $\rho_0 < \rho_c$

Neste caso a solução pode ser obtida formalmente fazendo-se $\theta = i\Psi$, em cujo caso temos

$$H_0 t = q_0 \left(1 - 2q_0\right)^{-3/2} \left[\sinh \Psi - \Psi \right]$$

$$R(t) = R_0 \frac{q_0}{1 - 2q_0} \left(\cosh \Psi - 1 \right)$$

Para tempos grandes

$$H_0 t \simeq \frac{1}{2} q_0 \left(1 - 2q_0\right)^{-3/2} e^\Psi$$

$$R(t) = \frac{1}{2} R_0 \frac{q_0}{1 - 2q_0} e^\Psi$$

$$\Rightarrow R(t) = R_0 \left(1 - 2q_0\right)^{1/2} H_0 t$$

Neste caso a idade do universo é

$$t_0 = H_0^{-1} \left(1 - 2q_0\right)^{-3/2} \left\{ \sqrt{1 - 2q_0} - q_0 \cosh^{-1} \left(\frac{1}{q_0} - 1 \right) \right\}$$

Para $q_0 \sim 10^{-2}$, $t_0 \approx 13$ bilhões de anos.

Escalas de Distância.

A noção de distância passa a ser diferente para a Relatividade Geral, principalmente para grandes escalas. Não podemos mais usar um metro padrão, o que seria impraticável nos céus.

Uma distância com um metro padrão seria medida com uma régua fixa em um tempo dado fixo $t = t_0$. Neste caso, para o observador em $r = 0$, $e\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$, temos

$$\begin{aligned} -d\vec{x}^2 &= dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\theta^2 \right) \right] \\ &= 0 - R^2(t) \frac{dr^2}{1 - kr^2} - r^2 \cdot 0 \\ \Rightarrow |dx| &= \frac{R}{\sqrt{1 - kr^2}} dr \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} d_{Prop}^{(r_1)} &= \int_0^{r_1} \frac{R(t)}{\sqrt{1 - Kr^2}} dr = R(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \\ &= R(t) f(r_1) \\ f(r_1) &= \begin{cases} \arcsin r_1 & R = +1 \\ r_1 & R = 0 \\ \operatorname{arcsinh} r_1 & R = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

O que observamos de fato é a radiação eletromagnética. Neste caso, olhamos para a equação da geodésia seguida pela luz vinda de $\theta = \theta_0$, $\varphi = \varphi_0$,

$$\begin{aligned} \theta = d\tau^2 &= dt^2 - R(t)^2 \frac{dr^2}{1 - Kr^2} \\ \Rightarrow \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{R(t)} &= f(r_1) \equiv \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \end{aligned}$$

Olhando para uma onda subsequente da mesma fonte, que saiu em $t_1 + \delta t$ e chegou em $t_0 + \delta t_0$ temos

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{R(t)} = f(r_1) \Rightarrow \frac{\delta t_0}{R(t_0)} = \frac{\delta t_1}{R(t_1)}$$

ou seja, temos a relação de frequência

$$\frac{v_0}{v_1} = \frac{\delta t_1}{\delta t_0} = \frac{R(t_1)}{R(t_0)}$$

Definimos o parâmetro de deslocamento para o vermelho (red-shift parameter) como

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} \equiv \frac{R(t_0)}{R(t_1)} - 1$$

Para r , pequeno

Figura 4.10: Distâncias no Universo.

Figura 4.11: A lei de Hubble: dados originais.

$$d_{prop} \simeq R(t)r_1$$

$$v_r \equiv \dot{d}_{prop} \simeq \frac{\dot{R}}{R}Rr_1 \simeq z$$

Esta é a Lei de Hubble, definindo o primeiro apoio observacional do modelo standard.

Como Medir Distâncias.

1. Através da Paralaxe. “Seguindo” o raio luminoso,

$$d_{par} = R(t_0) \frac{r_1}{(1 - Kr_1^2)} 1/2$$

2. Distância - luminosidade. Compara-se a luminosidade real do objeto, com sua luminosidade aparente.

$$\pi \varepsilon^2 = \frac{\pi b^2}{R(t_0)^2 r_1^2} \Rightarrow \frac{\varepsilon^2}{4} = \frac{A}{4\pi R^2(t_0)} r_1^2$$

$$A = \pi b^2$$

Um fóton emitido com frequência ν , energia $h\nu$, chega com energia $h\nu_1 \frac{R(t_1)}{R(t_0)}$.

Figura 4.12: A lei de Hubble: dados novos.

Emitidos no intervalo δt , chegarão a intervalos $\delta t, \frac{R(t_0)}{R(t_1)}$.

Assim, a potência recebida P compara-se com a luminosidade absoluta L através de um fator $\frac{R(t_1)^2}{R(t_0)^2}$, e temos

$$P = L \left(\frac{R(t_1)}{R(t_0)} \right)^2 \frac{A}{4\pi R(t_0)^2 r_1^2}$$

A luminosidade aparente é $l = \frac{P}{A}$. Definimos a distância de luminosidade como

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi l} \right)^{1/2}$$

$$d_L = \frac{R(t_0)^2}{R(t_1)} r_1$$

3. Distância - área: Compara-se área aparente, e área real.

$$d_A = R(t_1) r_1$$

4. Analisando o movimento próprio:

$$d_\mu = R(t_0) r_1$$

A Radiação Cósmica de Fundo.

O Universo já foi bem menos e mais denso, portanto bem mais quente. Em uma época primordial a matéria e a radiação estavam em equilíbrio térmico. Acima de $T \approx 4000K$ elétrons não estavam ligados aos átomos e podia haver forte interação, fazendo o universo opaco. Depois do desacoplamento

Figura 4.13: Radiação tipo forno de microondas.

matéria/radiação, esta última ficou apenas separada sob a forma de uma radiação de fundo a temperatura fixa, a Radiação Cósmica de Fundo, como em um forno de microondas:

$$\rho_\gamma(\nu)d\nu = \frac{8\pi h\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_\gamma}} - 1}$$

$$T_\gamma = \frac{T(t)R(t)}{R(t_0)}$$

onde $\frac{h\nu}{kT}$ deve ser o mesmo que $\frac{h\nu_0}{kT_0} \equiv \frac{h\nu R}{LT_0 R_0} \equiv \frac{h\nu}{kT}$.

Portanto $T(t) = \frac{A}{R(t)}$, sendo A uma constante.

Hoje mede-se $T_0 \simeq 2.7K$.

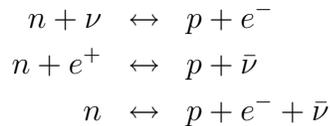
A Síntese do Hélio.

A abundância relativa dos elementos é um dado observacional fundamental para se estabelecer a veracidade do modelo standard. No início havia prótons e nêutrons. Devemos olhar como e quanto dos outros elementos puderam ser formados ao longo da história cósmica.

No início, antes da formação das estrelas, havia muitos nêutrons livres e se pode formar elementos por captura de nêutrons, $n + p \rightarrow d + \gamma$.

A abundância dos elementos estaria então ligada à secção de choque de captura de nêutrons.

Temos as reações



No equilíbrio, com a distribuição de Fermi temos

$$n_e^{(p)} dp = n_e + dp = 8\pi h^{-3} p^2 dp \frac{1}{1 + e^{\frac{E_e(p)}{KT}}}$$

$$n_\nu dp = n\bar{\nu} dp = 4\pi h^{-3} p^2 dp \frac{1}{e^{\frac{E_\nu}{KT}} + 1}$$

O princípio de Pauli dá fatores de exclusão para as reações de

$$1 - \frac{1}{1 + e^{\frac{E}{KT}}} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{E}{KT}}}$$

Temos portanto, para os processos descritos, as razões de probabilidade por nucleon para os processos, de

$$\lambda(n + u \rightarrow p + e^-) = A \int \frac{v_e E_e^2 p_\nu^2 dp_\nu}{\left(e^{\frac{E_\nu}{KT}} + 1\right) \left(1 + e^{-E_e/KT}\right)}$$

etc., onde $A = \frac{g_\nu T^3 g_A^2}{2\pi^3 h^4}$

$$g_\nu \simeq 1 \cdot 42 \times 10^{-49} ug \text{ cm}^3$$

$$g_A \simeq 1 \cdot 2g_\nu$$

$$E_e - E_\nu = Q = m_n - m_p = 1 \cdot 293 \text{ Mev, etc.}$$

Assim, pode-se calcular a fração de neutros, dada por

$$X_n \simeq \frac{\lambda(p \rightarrow n)}{\lambda(p \rightarrow n) + \lambda(n \rightarrow p)}$$

como função de temperatura.

Para $T_\nu \simeq T > 10^{10} K$,

$$\frac{\lambda(p \rightarrow n)}{\lambda(n \rightarrow q)} = e^{-Q/KT}, \text{ portanto}$$

$$X_n \simeq (1 + e^{q/KT})^{-1}.$$

No início $X_n \simeq 1/2$, e $X_u \simeq 0.38$ para $T = 3 \times 10^{10}$. O tempo médio da reação $n \rightarrow p + e^- + \nu$ é $\lambda^{-1}(n \rightarrow p + e^- + u) = 1013 \text{ seg}$, portanto

$$X_n(t) = \mathcal{N} e^{-\frac{t(\text{seg})}{10^{13}}} \text{ ou ainda}$$

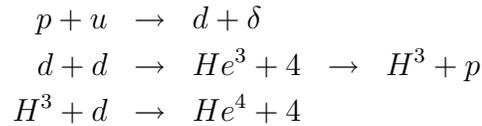
$$X_n(t) \simeq X_n^{(0)}(t) e^{-\frac{t}{10^{13}}}$$

$$X_n^{(0)}(t) \rightarrow 0.164 \text{ Peebles}$$

Como estes dados podem-se calcular as abundâncias $\rho_N = 10^{-30} g/cm^3$

H^1	74%
H^2	2×10^{-5}
He^3	2×10^{-5}
He^4	26%
Li^7	$\times 10^{-9}$

Reações:



Não é fácil produzir núcleos mais pesados que Helio. De fato, não há núclídeos estáveis com $A=5$ ou $A=8$, de modo que $n + \alpha$, $p + \alpha$ ou $\alpha + \alpha$ não podem ser usados de modo eficiente. Além disto, $He^4 + H^3 \rightarrow Li^7 + \gamma$ e $He^4 + He^3 \rightarrow Be^7 + \gamma$ não são competitivos, devido à barreira Coulombiana com $P + H^3 \rightarrow He^4 + \gamma$ ou $n + He^3 \rightarrow He^4 + \gamma$.

História do Universo Primordial.

- 10^{-44} seg gravitação quântica 10^{19} Gev
- 10^{-34} seg origem da matéria 10^{15} Gev
- 10^{-12} seg transição eletrofraca 10^2 Gev
- 10^{-6} seg transição quark hadron 1 Gev

Figura 4.14: Comparação entre as interações.

Figura 4.15: Evolução das interações.

- 10^{-6} seg matéria nuclear 1 Gev
- 1 seg nucleosíntese 1 Mev
- 10^{12} seg matéria atômica 10 ev
- 10^{13} seg desacoplamento matéria energia 1 ev
- 10^{16} seg formação galáctica 10^{-2} ev
- 10^{17} seg formação do sistema solar 10^{-3} ev

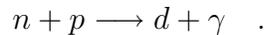
Note-se que $1 \text{ ano} = 3.15 \times 10^7 \text{ seg}$, e que $1 \text{ ev} = 5 \times 10^3 \text{ K}$

Note-se ainda, que nos primeiros instantes a evolução temporal, medida através de nosso presente parâmetro tempo tem uma evolução cada vez mais rápida, quanto mais nos aproximamos do instante inicial. Devido a invariância por transformação de coordenadas isto é irrelevante.

Os primeiros segundos são incógnitos, correspondendo a época de gravitação quântica, onde presumivelmente haveria supercordas como elementos físicos relevantes, e a dimensão do espaço-tempo deveria ser 10 (9 de espaço e uma tempo) para que fossem descritas corretamente as supercordas, ou eventualmente 11 no caso de uma teoria mãe. A matéria passou a existir aos 10^{-34} s segundos, quando a teoria unificada se dividiu em interação forte e interação eletrofraca. Antes disto os bárions podiam decair o que seria o equivalente a se dizer que os protons ou a matéria normal não são estáveis. Sinais experimentais de tal decaimento estão sendo procurados, mas ainda não há confirmação dos mesmos.

A matéria atômica, tal como a conhecemos hoje, só se formou segundos após o início (cerca de 30 mil anos após o big bang) mas a matéria desacoplou da energia radiante apenas 300 mil anos após o big bang. Foi só então que a luz passou a poder viajar longas distâncias sem espalhar pela matéria, e o universo ficou transparente. De fato, antes disto o universo era opaco. Deste modo, só podemos observar o universo posteriormente ao tempo em que os fótons passaram a se mover livremente. Antes disto, eles eram *capturados* antes de chegarem aos nossos olhos, de modo que não podemos enxergar nada antes do tempo $t_l \approx 10^{13} \text{s} \approx 300.000$ anos, o tempo de *liberação* dos fótons.

Do ponto de vista observacional, a melhor confirmação do modelo, após a radiação cósmica de fundo, é a abundância de Hélio observada no universo. Tal abundância é prevista como consequência de sucessivas reações de captura de nêutrons, começando por



Como resultado, obtém-se a previsão de que a quantidade de Hélio como fração da matéria bariônica no universo deve ser de aproximadamente 25%, o que é plenamente confirmado pelos dados observacionais.

Alguns problemas ainda permanecem todavia sem solução. O primeiro é o problema da extrema isotropia observada no universo. Conforme mencionado, retirando-se o efeito do movimento da Terra em relação à radiação cósmica de fundo, a isotropia no valor da temperatura observada é tal que a diferença relativa nas temperaturas é da ordem de 10^{-5} . Isto é dado pela figura (13). Naquele mapa as duas grandes manchas na temperatura correspondem ao termo de dipolo, gerado pelo movimento da terra em relação à radiação de fundo.

O segundo problema corresponde ao fato do valor da densidade de matéria no universo ser tão próxima da densidade crítica. Em geral, definimos $\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}}$. O valor $\Omega = 1$ é muito instável. Se olharmos para o diagrama (16) vemos que o valor de Ω perto de 1 hoje deve corresponder, no início dos tempos, a um valor enormemente mais próximo de 1. Seria como manter uma esfera equilibrada sobre um dedo por muito tempo sem se tocar na mesma. Tal fato dificilmente ocorreria por mero acaso.

Um terceiro problema é o fato de não haver monopolos magnéticos no universo. A teoria os prevê, mas eles nunca foram encontrados.

Estes e alguns outros problemas são resolvidos pelo processo chamado de inflação. Segundo tal processo, teria havido no princípio uma expansão ex-

Figura 4.16: Comparação entre o valor de Ω hoje e aquele do início do universo; qualquer diferença extremamente pequena naquela época, se configura hoje como gigantesca. Assim, para que se tenha Ω próximo de 1 hoje, esta constante deve ser escolhida infinitesimalmente próxima de 1 no início.

Figura 4.17: A Criação de novos universos.

ponencial do fator de escala do universo. De modo geral, este crescimento exponencial deveu-se ao fato do universo estar em um falso vácuo - um máximo relativo de energia.

Com o crescimento alucinante do universo ficamos em um espaço relativamente homogêneo, que estava em conexão causal no início dos tempos. A densidade de matéria deve-se manter igual a densidade crítica, e outros monopolos estariam fora do horizonte conhecido. Resolve-se portanto os maiores problemas do modelo padrão. Abrem-se ao mesmo tempo outras possibilidades, como por exemplo a criação de novos universos.

O último degrau nesta sequência será a compreensão de uma teoria quântica da gravitação, que lance luz na estrutura última do espaço-tempo.

Teoria Quântica da Gravitação Há tão grandes dificuldades em se formular uma Teoria Quântica da Gravitação, que não poucas vezes chegou-se a sugerir que a gravitação talvez jamais devesse ser quantizada, permanecendo um capítulo clássico à margem do desenvolvimento da teoria geral de campos e partículas.

De fato, apenas pensarmos em uma gravitação quântica já nos demanda uma reestruturação da geometria, que poderia passar a ser descrita por números discretos, ou seja, tanto o tempo quanto o espaço passariam a ser medidos em termos de unidades fundamentais. Ademais, uma teoria de campos gravitacionais quantizados não é consistente devido a quantidades infinitas que não podem ser absorvidas em constantes experimentais. O chamado problema da renormalização de uma teoria de campos, que *cura* os infinitos

que aparecem devido ao caráter operacional dos campos quantizados, não pode ser resolvido em teorias de campos que contenham a gravitação. Diz-se que a gravitação é uma teoria *não renormalizável*.

Desta maneira, a antiga meta, já antevista por Einstein, de se obter uma teoria unificada dos campos, que foi obtida para as outras interações no decorrer das últimas décadas do século XX, encontra uma alta barreira exatamente na teoria da gravitação, que podemos chamar a *menina dos olhos* da física fundamental.

Várias tentativas foram iniciadas. Em particular, foi tentada a introdução de uma nova simetria relacionando bosons e fermions: a supersimetria. Esta apareceu também como uma forma de preservar certas simetrias de teorias de campos a energia mais baixas, de modo que as interações fundamentais se apresentassem em hierarquias diferentes. Como ela impede o aparecimento de várias quantidades infinitas, foi usada como um meio de tornar a gravitação renormalizável: era a teoria da supergravitação, que chegou a ser formulada, em sua versão mais sofisticada, em 11 dimensões, 10 de espaço e uma de tempo. Ainda tais tentativas resultaram em vão para se obter a teoria unificada de campos quantizados que incluísse a gravitação.

Entrementes, havia uma teoria iniciada no final dos anos sessenta, que pretendia chegar a compreensão da teoria das interações fortes, com uma alternativa às teorias de campo: era a chamada teoria dual, que tinha poucos elementos dinâmicos e basicamente tratava de simetrias. Mostrou-se posteriormente que a teoria dual podia ser descrita por um objeto filamental percorrendo livremente o espaço-tempo, sendo o único vínculo o fato de fazê-lo descrevendo uma superfície de área mínima - equivalente a um princípio de mínima ação.

O princípio de mínima ação leva a vínculos que só podem ser descritos de modo simples em um espaço de 26 dimensões (25 de espaço e 1 de tempo). Uma corda supersimétrica foi obtida, desta vez em 10 dimensões (9 de espaço e 1 de tempo).

Apesar do problema tornar-se difícil demais para seu uso em teorias de força nucleares, para as quais, no início dos anos 70 foi demonstrada a melhor utilidade da Cromodinâmica Quântica, passou-se a utilizar a teoria de cordas no contexto de uma teoria unificada dos campos quantizados. Isto se deve a alguns fatos, dentre os quais destacamos haver, na teoria de cordas, no limite de teorias de campos, (basicamente dividindo-se a corda em modos normais) uma partícula de massa zero e spin 2, que foi interpretada como o graviton.

As teorias de cordas tem uma formulação muito simples no que diz re-

Figura 4.18: Espalhamento de cordas.

speito à sua interação. Elas se mesclam e se dividem, tal como sugerimos na figura. Há um número pequeno de teorias de cordas, já que sua formulação simples termina por ser quase única. Isto advém de um fato que gerou a chamada primeira revolução das cordas. É que a simetria subjacente tem um número pequeníssimo de possibilidades que levem a uma teoria de campos simples, e não ao que se costumou chamar de *teorias anômalas*.

Mais recentemente, acharam-se novas simetrias, desta vez interligando as poucas e ainda diferentes teorias de cordas. Esta classe de simetrias foi de modo geral chamada de dualidade. Esta gerou a segunda revolução das teorias de cordas. Ela traz a suspeita de que haja uma única teoria dita teoria M , possivelmente em 11 dimensões, que gera as poucas e diferentes teorias de cordas ao mesmo tempo.

Como a Teoria de Cordas contém a Teoria da Gravitação, além das outras teorias de campos, ela se torna a candidata natural a Teoria Unificada dos Campos Quantizados.

Resta-nos então olhar para as consequências e expectativas que possam ser comprovadas, ou que poderiam nos levar a consequências ainda mais profundas, modificando nossa visão de mundo.

Deste modo, assim como em todas as descrições acima, chegamos a conclusão que a teoria de cordas apresenta uma notável unificação. Poderíamos resumir o que dissemos com uma antiga citação de um grande Sufi de nome Rumi, que em um contexto completamente diferente disse: *Even though you tie a hundred knots - the string remains one*. Consequências e Expectativas Nossos olhos passam então a questões que possam nos dar indicações de que compreendemos a estrutura do universo e suas leis. O fato experimental que nos pode levar a estrutura do universo em larga escala a partir de primeiros princípios são as observações do satélite COBE que nos dá a estrutura da radiação cósmica de fundo, 300.000 anos após a explosão inicial. Se pudermos seguir a evolução das inhomogeneidades observadas talvez possamos chegar as estruturas vistas hoje. Esta evolução terá como ingrediente essencial a Teoria da Relatividade Geral.

Seguindo um pouco mais adiante, gostaríamos de saber as demais con-

Figura 4.19: A Criação de novos universos na teoria de cordas.

sequências da Mecânica Quântica diretamente sobre a Relatividade Geral tal como discutimos. O estudo de buracos negros é a maneira mais direta de se chegar a uma compreensão mais profunda não somente da Relatividade Geral Clássica, mas principalmente de uma Teoria Quântica da Gravitação. Isto se deve a observação de que há leis para a dinâmica de buracos negros inerentes a Relatividade Geral, que são idênticas as Leis da Termodinâmica, uma vez que indentifiquemos a entropia termodinâmica com a área do buraco negro dividida por quatro vezes a constante de Newton. Tal identificação terá papel fundamental em processos puramente quânticos envolvendo a evaporação dos buracos negros. Mais recentemente, a relação da entropia de um sistema cosmológico arbitrário com a área que cerca este mesmo sistema é vista como uma relação fundamental, o chamado princípio holográfico, que requer que a relação entre a entropia e a área seja sempre menor que o inverso do quádruplo da constante de Newton.

Tal relação é natural em certas teorias de cordas, e representaria um avanço teórico muito importante. Além disto, estaríamos em direção a uma completa quantização de toda a natureza incluindo o cosmo. Isto nos indica uma mudança mandatória dos conceitos, já que o observador é agora interno ao objeto quântico a ser estudado. Coloca-se então a pergunta: podem-se criar universos em processos quânticos análogos aos de formação de partículas elementares? Podem tais universos, incluindo o nosso, desaparecer em um processo quântico? Afinal uma Teoria de Campos Quantizados prevê, e até mesmo requer que tais processos ocorram, e eles de fato ocorrem com frequência no âmbito de partículas elementares. Deveríamos então poder calcular a função de onda do universo!

No contexto de teorias inflacionárias já se mostrou natural tal criação de universos. Agora poderíamos ter processos tais como na figura.

Conclusões Chegamos finalmente ao ponto onde ciência e filosofia imergem em preocupações atávicas do homem. Passamos das preocupações práticas, técnicas e úteis em nossa vida diária colocadas pela física e realizadas pela tecnologia, a preocupações cada vez teóricas e especulativas. Em primeiro lugar são misteriosas a origem e a estrutura da geometria do espaço-tempo. Uma

Figura 4.20: O Armagedon.

Figura 4.21: O fim dos tempos e a separação entre bons e maus.

geometria quântica não tem mais funções simples representando o espaço, mas operadores quânticos, e sua interpretação já não é mais tão simples. Mais ainda, no âmbito da gravitação quântica, em buracos negros e a altíssimas temperaturas, é essencial que consideremos todas as partículas e interações, que são geradas em números infinitos nas teorias de cordas. Sobretudo podem ainda intervir as dimensões extras das teorias de cordas, ou ainda outras das teorias M , colocando a complexidade do problema em patamares ainda mais altos. Preveem alguns que as dimensões extras já se encontram em regiões próximas as observações. De todo modo, sua presença passou a ser bastante provável no âmbito de Teorias Gerais de Campo Quantizados, e a velha idéia de Kaluza e Klein dos anos 20 passa a fazer parte de um ideário quase cotidiano, onde outras dimensões passam a ser ubíquas.

A geração de novos universos, tais como descritos nos quadros nos lembra, de fatos, os quadros do armagedon e da separação e passamos portanto a uma zona bastante mais especulativas, onde o observador não apenas é parte do objeto de estudo, mas muito mais que isto: o objeto de estudo transcende o observador, por ser não apenas muito maior, como é de fato nosso universo, mas por conter o observador de forma que este último não seja capaz, nem mesmo em princípio, de observar seu objeto de estudo, pois não há ligação causal entre um universo e outro.

Esta é a Mecânica Quântica vista sob uma nova dimensão, onde a medida, essencial para a própria interpretação da teoria, passa a ser impossível de ser realizada.

Capítulo 5

Em Direção à Ciência do Século XX

A compreensão do Universo no século XIX não era grande. Não se sabia nada sobre a estrutura de galáxias. O eletromagnetismo engatinhava, e a física se baseava, em seu aspecto teórico, apenas na física newtoniana. Era de se prever que a física newtoniana não era suficiente para a explicação do Universo, mas como o determinismo e o cientificismo eram idéias dominantes, não havia nem alternativa viável na época, nem procura por tal alternativa.

Capítulo 6

As Grandes Revoluções Científicas do Século XX

Grandes revoluções científicas ocorreram na virada do século XIX para o século XX. Em primeiro lugar, a crise gerada pela dificuldade em se interpretar as transformações de simetria da eletrodinâmica levaram à Teoria da Relatividade Especial, que após alguns anos, tendo-se amalgamado com a Teoria da Gravitação, culminou na Relatividade Geral, uma expressão de uma das forças fundamentais da natureza.

Por outro lado, a obtenção da expressão da radiação do corpo negro por Planck através do processo de quantização, e a posterior aplicação com sucesso deste processo em outros problemas da física na época, levou-nos à Mecânica Quântica.

Estas duas teorias foram pilares fundamentais da física teórica. Não obstante, sempre foi difícil a relação entre as ambas. Durante quase meio século, eram tão imiscíveis como água e óleo. Se por um lado a quantização da gravitação dava sinais de impossibilidade, por outro não havia uma real necessidade experimental ou observacional de uma quantização da gravitação.

A gravitação de Einstein ainda engatinhava na descrição do Universo como um todo. Se já havia indícios de um universo em expansão como consequência da lei de Hubble, ainda havia quem acreditasse na Teoria do estado estacionário, reivindicada por Fred Hoyle, e que tinha o excelente apelo da beleza de um universo placidamente colocado em enriquecimento material.

Há graves problemas na explicação dos fatos referentes à cosmologia que aos poucos foram sendo explicados pelo modelo standard. As duas principais

questões que seriam testes cruciais da teoria seriam a quantidade relativa dos elementos químicos e a existência de uma radiação eletromagnética remanescente do próprio Big-Bang, chamada de Radiação Cósmica de Fundo, que ainda desempenharia um importantíssimo papel ao longo dos anos, principalmente para que se defina, em tempos atuais, uma *Cosmologia de Precisão*.

Uma das maiores revoluções científicas da humanidade, a maior no que tange à interpretação e visão do mundo, foi o advento da Mecânica Quântica.

6.1 Átomos, prótons, elétrons e outros - qual é o fundamental?

Demócrito, famoso filósofo grego, dizia que toda a matéria era formada por uma unidade fundamental, indivisível, a qual ele chamou átomo (do grego: sem partes, isto é indivisível). Todavia, a hipótese atômica não podia ser provada — ou desmentida — e ficou por vários séculos no domínio da filosofia. Na Idade Moderna, com o desenvolvimento da química, a hipótese atômica foi finalmente demonstrada pela experiência: reações químicas eram descritas por relações entre números inteiros, mostrando a existência de uma unidade fundamental. Posteriormente Mendeleev classificou os átomos em uma tabela, a tabela periódica, de acordo com seus *pesos atômicos*, descobrindo uma série de regularidades. Baseado na idéia atômica, Boltzmann construiu uma teoria para os gases — a teoria cinética dos gases.

No final do século XIX foi descoberto ainda o elétron e sua carga, por Thomson e seus colaboradores. E, para dar a idéia final do que é o átomo Lord Rutherford bombardeou finíssimas lâminas de ouro com pequenas partículas descobertas na época — as partículas α , provenientes de material chamado radiativo. Foi com grande surpresa que Rutherford constatou que o átomo era formado por um núcleo muito pequeno, enquanto os elétrons deveriam estar girando a uma grande distância, como no movimento planetário. Mas isto constituía um enorme problema, pois esse tipo de movimento de cargas não era compatível com a teoria eletromagnética de James C. Maxwell. Esta teoria, muito bem confirmada na prática, previa que, se o elétron girasse em torno do núcleo, ele começaria a emitir radiação — pois, segundo a teoria, cargas aceleradas irradiam. Assim, ele perderia sua energia e cairia no núcleo, de modo que a matéria seria instável. Foi o físico dinamarquês Niels Bohr quem resolveu o problema, dizendo que as leis do eletromagnetismo, tais como

6.1 Átomos, prótons, elétrons e outros - qual é o fundamental? 73

elas eram apresentadas, não valiam para partículas muito pequenas. Bohr construiu teoricamente o átomo, introduzindo uma constante fundamental, chamada h , postulada anos antes por Max Planck para resolver o problema da radiação do corpo negro. A constante h é chamada constante de Planck. Postulou-se que, para objetos muito pequeno, certas quantidades físicas escolhidas em conformidade com o problema em questão, como o momento angular, ou a energia, são descritas por certas funções de números inteiros multiplicadas por $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, e portanto não podiam tomar qualquer valor, como se pensava anteriormente. Assim nascia a teoria quântica. Muitos outros fenômenos (que aqui não serão descritos) que não eram compreendidos na teoria clássica, o foram na teoria quântica.

Para que a teoria quântica pudesse se tornar uma teoria física, sendo propriamente chamada de mecânica quântica, dever-se-ia mostrar as equações que regem o movimento das partículas na teoria quântica. Neste sentido, Erwin Schrödinger e Werner Heisenberg, escreveram, independentemente, equações que regem o movimento das partículas, e como estas equações devem ser interpretadas, já que toda a idéia de trajetória, tão comum na física clássica (como o caminho de um carro na estrada), não vale mais na mecânica quântica. O princípio da incerteza na mecânica quântica diz que, se tentarmos localizar uma partícula, para sabermos onde ela está, haverá uma incerteza muito grande em sua velocidade, isto é, a velocidade escapa do nosso controle.

Uma vez construída a mecânica quântica, havia dois gigantescos passos a serem dados. O primeiro, construir uma mecânica quântica relativística, incorporando a primeira teoria de Einstein (de 1905). Depois, tentar incorporar a relatividade geral, isto é, a gravitação. Estes processos envolvem problemas enormes que não foram ainda completamente resolvidos, sendo que para o segundo problema, qual seja uma teoria quântica da gravitação, ainda não há uma teoria completamente desenvolvida, mas várias tentativas em estudo, como a teoria de cordas, atualmente.

Paul A. M. Dirac propôs, em 1928, uma equação — hoje chamada equação de Dirac, que descreve objetos na teoria quântica relativística. Mais uma vez a teoria trouxe novas e fantásticas descobertas. Na teoria da relatividade, uma certa quantidade de matéria-massa tem um equivalente em energia, dada pela equação $E = mc^2$. Assim, energia e massa são equivalentes. Dentro da teoria quântica, esta relação adquire novas dimensões, pelo seguinte: a equação de Dirac, além de descrever o elétron, que tem carga negativa, descreve também uma outra partícula de carga oposta e mesma massa, a

qual chamou-se de pósitron. Quando o elétron e o pósitron se encontram eles se aniquilam, e as suas massas transformam-se em energia pura na forma de radiação eletromagnética! Além disso, a reação oposta é perfeitamente possível, e quando há quantidade suficiente de energia, e condições apropriadas, como no choque de partículas de altíssima energia, pode-se formar um par elétron-pósitron (ou e^-e^+). De fato, poucos anos mais tarde o pósitron foi encontrado.

No princípio, chegou-se a pensar que o pósitron pudesse ser nosso conhecido, o próton, idéia que se configurou errada. O pósitron era uma nova partícula, um exemplo de anti-matéria: ele é o antielétron.

A introdução da teoria da relatividade na mecânica quântica tornou-se então uma nova área, agora conhecida como teoria de campos. Esta teoria trata da descrição das partículas elementares - como o elétron, o pósitron, o próton e outras que seriam descobertas no contexto da mecânica quântica relativística. Mas outras descobertas excitantes estariam ainda por aparecer na década de 30.

O decaimento β para substâncias radiativas era conhecido. Verificava-se que o nêutron decaía em um próton e um elétron, mas havia algo de errado, pois a quantidade de movimento e a energia aparentemente não se conservavam. Além disso, todas as partículas tinham spin $1/2$,¹ de maneira que o momento angular também não podia ser conservado. Em 1930, Wolfgang Pauli postulou a existência de uma nova partícula, o neutrino. Em 1934, Enrico Fermi formulou a teoria das interações fracas, responsável pelo decaimento β , usando esta nova partícula — o neutrino, explicando as experiências até então. Posteriormente, em 1955, o neutrino foi de fato detectado numa reação β inversa.

Outro problema que se fazia presente, era como o núcleo atômico podia ser estável se ele é formado por partículas com carga positiva (prótons) e partículas sem carga (nêutrons). Deveria, portanto, haver uma outra força agregando tais partículas, já que um cálculo rápido mostra que a atração gravitacional não pode juntá-los, pois ela é fraca demais. A nova força foi chamada forte — pois deveria sobrepujar a força de repulsão eletromagnética para conferir estabilidade ao núcleo atômico.

Assim como os fótons são os mediadores da interação eletromagnética,

¹O spin mede a rotação intrínseca de uma partícula, e só tem sentido de fato em uma teoria quântica, podendo assumir apenas valores inteiros ou semi-inteiros. Os primeiros são chamados bósons, e os outros são férmions. As propriedades de bósons e férmions são muito diferentes.

6.1 Átomos, prótons, elétrons e outros - qual é o fundamental? 75

pensou-se que deveria haver um mediador da interação forte, e foi chamado de pión. Os píons foram de fato descobertos. No entanto, descobriu-se bem mais tarde que prótons e nêutrons não são partículas fundamentais, mas compostas de outras mais simples, os quarks. E ainda os mediadores não são os píons (apesar destes existirem), mas outras partículas chamadas gluons. Como se pode bem perceber, a imagem do universo das partículas elementares vai ficando cada vez mais complexa!

Capítulo 7

Novas Idéias Científicas e as Teorias Universais

7.1 Teoria moderna das partículas elementares.

A meta das teorias físicas, de uma maneira geral, é unificar. Isto significa dar poucas e simples explicações para uma gama variada de fenômenos. Este era o grande sonho de Einstein: unificar as interações conhecidas, eletromagnetismo e gravitação (posteriormente as interações fraca e forte), em um esquema amplo, assim como eletricidade e magnetismo haviam sido unificados no eletromagnetismo. Era um sonho alto. Muitas foram as tentativas.

Usando a idéia de quebra de simetria, os professores Abdus Salam e Steven Weinberg propuseram uma teoria que unificava as interações eletromagnética e fraca, na década de 60. Foi o primeiro avanço real no sentido da unificação das interações. A idéia era introduzir quatro partículas, chamadas campos de calibre, que são análogas a fótons de luz, quando a temperatura for muito alta. No entanto, quando a temperatura decresce o suficiente, três destas partículas ficam pesadas, e uma, o fóton que conhecemos, continua sem massa. O processo guarda analogia com o congelamento da matéria. Isto porque, quando a matéria é congelada, a simetria é menor. Expliquemos melhor. Considere um chapéu mexicano de abas muito altas, e bolinhas movendo-se em seu interior. Quando a temperatura for muito alta, isto é, quando as bolinhas movem-se muito rápido, elas vão a qualquer ponto do chapéu, não se importando com o cume no centro. No entanto, quando elas estão vagarosas, só podem dar a volta no cume, perdendo uma direção de

movimento. Esta perda de uma direção de movimento é a quebra de simetria e leva ao ganho de massa dos três *irmãos* do fóton de luz. É também o que acontece quando congelamos um material cristalino: antes, todas as direções do cristal eram equivalentes; depois, devido à formação da estrutura cristalina, onde os átomos se justapõem em direções definidas, algumas direções ficam diferentes de outras, e a simetria diminui.

A quebra de simetria torna-se uma pedra angular na construção das teorias unificadas. Notemos ainda que um outro conceito, a temperatura, entrou agora em questão, e será muito importante na descrição do universo primordial, já que, no início, a temperatura era muito alta. Vemos, então, que já há um ponto de contato entre o infinitamente pequeno — as partículas elementares, e o infinitamente grande — o macrocosmo.

Mas voltemos à teoria de Weinberg-Salam. Medimos uma simetria através de um conceito matemático chamado grupo. A teoria prediz a existência das correntes neutras que foram posteriormente constatadas em experimentos. Também prediz a existência dos companheiros massivos do fóton, chamados W^+ , W^- e Z^0 , que foram descobertas no CERN, em Genebra, em 1983 pelo grupo do prof. Carlo Rubbia. Os professores Steven Weinberg e Abdus Salam receberam juntamente com o prof. Sheldon Glashow o prêmio Nobel de física pelos seus trabalhos em teorias unificadas. Posteriormente, pelo trabalho experimental, o prof. Rubbia dividiu o prêmio Nobel de Física de 1984 com o engenheiro van der Meer que inventou o processo do esfriamento estocástico, que permite a acumulação de antiprótons, necessários para a experiência que visa a identificação dos bósons mediadores W^+ , W^- e Z^0 . Além da teoria da interação eletro-frac, acima descrita, procurou-se compreender o papel da interação forte, que é descrita por 8 companheiros do fóton — os glúons, e por companheiros análogos do elétron, os quarks, que formam o próton e o nêutron. Várias formulações têm sido propostas para a grande unificação, não havendo resposta definitiva. Mas o que é certo é que, havendo uma teoria unificada com maior simetria e temperaturas mais altas ainda, existem outros companheiros do fóton, e estes outros companheiros — os campos de calibre X , devido à grande simetria, vão tornar possível o decaimento do próton. Isto implica que, em temperaturas altíssimas, o próton evapora, transformando-se em pósitrons e outras partículas. E o que acontece com a teoria da gravitação, até agora completamente fora deste esquema, e que teria sido o objeto da idéia de Einstein de uma unificação das interações? O fato é que a gravitação, sob o ponto de vista da mecânica quântica, é a mais complicada das teorias. Tecnicamente falando, a teoria da gravitação é não renormalizável, fazendo

com que haja um número infinitamente grande de ambigüidades na definição da teoria. A idéia mais atraente hoje é que existe um outro tipo de simetria, chamada de supersimetria, que liga bósons e férmions, embebida em uma teoria com objetos extensos, a *Teoria das Cordas*.

7.2 Supersimetria - bósons e fermions.

Há duas grandes classes de partículas, cujo comportamento é muito diferente: os bósons são partículas de spin inteiro. O spin é uma quantidade que aparece em mecânica quântica análoga ao movimento de rotação dos corpos; seu valor é fixo para cada tipo de partícula, contrastando neste ponto, com a rotação clássica; os férmions possuem spin semi-inteiro ($1/2$, $3/2$, $5/2$, etc.). Este número muito simples, implica em diferenças fundamentais dentro da teoria quântica. Um exemplo destas diferenças é dado pelo gás helio a temperaturas muito baixas. O He^3 (helio-3) é um férmion, e apresenta o fenômeno da superfluidez. Ele é um fluido perfeito. O He^4 (hélio-4) difere do anterior basicamente pelo spin: é um bóson.

Até há 30 anos não se conhecia nenhum tipo de relação de simetria entre bósons e férmions. Pensava-se que fossem partículas de características distintas, criadas sem qualquer conexão entre si. Todavia, a idéia de unificação dentro da física tem sido muito frutífera, e acreditamos que uma visão fundamental dos fenômenos da natureza deve tratar de uma maneira única todos os fenômenos, e as partículas elementares deverão ter sido criadas por um mecanismo comum. No entanto várias dificuldades são encontradas para tornar realizável tal programa.

Do ponto de vista técnico, as teorias supersimétricas possuem propriedades muito interessantes, havendo possibilidade de solução de vários problemas, como a obtenção de resultados finitos na teoria quântica da gravitação, ou ainda a explicação da existência de partículas cujas massa diferem em várias ordens de magnitude.

Capítulo 8

As Origens

Façamos uma descrição da geração do mundo conforme o vemos hoje. O Universo como um todo foi gerado através de uma grande explosão universal. Foi uma explosão diferente daquela que conhecemos hoje: quando uma bomba explode, há uma onda de choque que sai emitindo energia para fora. No chamado *Big-Bang*, ou *O Grande Bum*, todos os pontos do universo explodiram ao mesmo tempo. A partir de então, todos os pontos do universo estão se distanciando, de acordo com a Teoria da Relatividade de Einstein, e suas correções devidas à Mecânica Quântica.

A Grande Explosão deu início ao que vemos de nosso Universo. Foi aí que se iniciou a matéria, a temperaturas muito altas no início. O Universo foi-se resfriando e as interações elementares foram se congelando, de modo que sobramos hoje com as quatro interações conhecidas: a interação gravitacional, responsável pelo nosso peso, pelo fato de girarmos em torno do Sol, pela formação das galáxias e de outras estruturas no Universo; a interação eletromagnética, presente em toda tecnologia, responsável pela luz e pela agregação da matéria em átomos. A interação fraca, responsável pelo controle da emissão de energia do Sol e das estrelas. Finalmente a interação forte, que faz com que o núcleo atômico seja estável.

A compreensão das quatro interações elementares está intimamente ligada à compreensão do universo como um todo, e de sua origem. É deste modo que o muito grande e o muito pequeno se encontram em uma teoria quase mágica, que explica grande parte do que conhecemos à nossa volta. Perguntas sobre o porquê existimos, sobre as interações elementares, sobre a origem e descrição do mundo à nossa volta, referem-se à teoria de todas as interações elementares.

Nosso conhecimento com o mundo, para que se tenha idéia definida sobre o Universo como um todo, se inicia com a descoberta da eletricidade e com a hipótese atômica. A eletricidade, de certa maneira conhecida desde há muito, começou a ser esclarecida no final do século XVIII quando se estabeleceu a lei de Coulomb para a interação de corpos carregados. Mas este conhecimento estava apenas no início de uma grande era revolucionária, e o primeiro grande ponto que espelhou a descoberta da de uma lei fundamental, a primeira de fato a ser quantificada após a óbvia teoria da gravitação, foi a teoria de Maxwell do eletromagnetismo. O conhecimento desta última na verdade ultrapassou o que se conhecia sobre a teoria da gravitação, pois para esta última, a teoria de Newton apresenta apenas e tão somente seu efeito sobre os corpos pesados, sobre as massas, mas não sua real origem, assim como seu efeito sobre o mundo ou sobre outros tipos de matéria.

A descoberta do eletromagnetismo teve um efeito grandioso sobre a ciência e a tecnologia. Quanto à última, é desnecessário falar no momento. Quanto à ciência, representou a vinda de uma nova era. Conhecia-se a teoria de Newton do movimento, que descrevia o mundo através da geometria clássica, ou seja, através de conceitos mecânicos e da geometria do mundo. A geometria sempre esteve em alta posição dentro da conceituação do mundo segundo os físicos. Conforme dizia Kepler, *a geometria é o arquétipo da beleza do mundo*. A mecânica de Newton se baseia no conceito da geometria de Euclides, e com a definição de tempo, um parâmetro de medida, cuja definição dificilmente se obtém de modo simples, ficando como parte das hipóteses gerais dos conceitos físicos. O eletromagnetismo modificou estes conceitos, introduzindo de fato a Relatividade Especial, que pode ser resumida no fato da geometria subjacente ao nosso mundo não ser aquela velha conhecida desde o tempo de Euclides.

No entanto, não foi a Teoria da Relatividade Restrita que modificou nossas idéias do Universo. A grande contribuição teórica de Einstein está no fato dele ter moldado a Teoria da Relatividade para incorporar corpos acelerados, e sistemas gravitacionais. Desta vez, ele foi então capaz de descrever através de equações como se gera a gravitação, como ela age sobre a luz, e como ela descreve o mundo como um todo.

A grande surpresa para o próprio Einstein é que o resultado de suas equações da Relatividade Geral indica que o Universo não está parado, mas que ele se expande constantemente! O que ele fez foi então modificar suas equações para incluir um chamado *termo cosmológico* que fizesse o universo parar! No caso parecia um erro, e o astrônomo Edwin Hubble, observando

objetos distante no espaço, verificou que eles se distanciam de nós com uma velocidade que é tanto maior quanto maior sua distância desde nós!

Qual o significado destas observações? Tais observações afirmam que nosso universo está se expandindo continuamente, tal como ele nos é apresentado pelas equações de Einstein! Isto significa também, se acreditarmos que as equações de Einstein tiverem sempre sido aquelas que descrevem o nosso Universo, que se pudéssemos olhar para traz no tempo, veríamos o universo diminuindo, de modo que em algum instante longínquo, bem antigo, o mundo estaria infinitamente comprimido. Aquele seria o instante inicial do Universo, o instante da *Grande Explosão*, o tão famoso e comentado *Bing Bang*, a partir do qual, de uma explosão universal, surgiu nosso universo.

Como acreditarmos que isto seja verdadeiro? Haveria uma maneira de se obter informações que nos levassem a este instante inicial, ao instante desta tremenda explosão? Afinal, a expansão do universo que observamos hoje é uma pista importante, mas gostaríamos de ter uma outra tão forte quanto ou ainda mais evidente que esta para que possamos ter certeza da descrição do universo através da Relatividade Geral. Gostaríamos ainda de saber o porquê desta explosão e sua descrição detalhada.

Várias destas perguntas têm uma resposta hoje, algumas delas ainda são motivação de grande pesquisa nesta área. Nas décadas de trinta a cinquenta do século XX, não se sabia como demonstrar este fato. Teorias alternativas surgiram, como a teoria da geração espontânea de matéria. Havia porém uma predição da teoria da *Grande Explosão*. Como em toda explosão, deveria haver restos, no caso na forma de energia eletromagnética, ou seja, fótons, que sobraram da queima inicial. Estes fótons, ou seja, estas ondas eletromagnéticas, estariam já muito *frios*. Frios aqui, significa que perderam energia. De fato pode-se calcular sua *temperatura*. Ela seria de apenas 2.7 graus Kelvin, ou seja, apenas menos de três graus acima do zero absoluto de temperatura!

Qual o significado de uma luz mais *fria*? A luz é caracterizada por um comprimento de onda. A luz visível tem comprimentos de onda entre 300 e 500 nanômetros (um bilionésimo de metro). De acordo com a Mecânica Quântica, a energia de um pacote mínimo de luz é proporcional a sua frequência. Como a energia é uma medida da temperatura, podemos dizer que a luz tem uma certa temperatura. De fato, a situação real é bem mais complexa do que isto, e esta ligada ao comportamento de um objeto que foi extremamente importante na descoberta da Mecânica Quântica, o *corpo negro*. No entanto, esta idéia de temperatura é suficiente para nós

neste momento.

Na década de sessenta, dois técnicos em antenas de microondas tentavam calibrar uma de seus aparelhos. Eram antenas muito sofisticadas, muito mais que uma simples antena de recepção que conhecemos. Descobriram que havia um *ruido de fundo* na forma de um resquício de radiação eletromagnética. Tal resquício tinha uma temperatura que correspondia aproximadamente ao valor dito acima. Foi assim que descobriram a *Radiação Cósmica de Fundo*, corroborando a *Teoria do Big Bang*, que viria também a ser conhecida como *Teoria Cosmológica Standard*. Tal descoberta valeu a Penzias e Wilson o prêmio Nobel de Física do ano de 1965(?).

Um segundo sucesso da *Teoria Cosmológica Standard* é o cálculo da quantidade de Hélio comparada com a de Hidrogênio no Universo, assim como as estimativas de matéria mais pesada. Mas para isto devemos compreender melhor a evolução do Universo de acordo com a Mecânica Quântica, o que aqui faremos de um modo apenas qualitativo, para que os detalhes técnicos não acabem por borrar nossa compreensão mais que ajudá-la.

Capítulo 9

O Universo Quântico em Expansão

É muito difícil explicar o início. As teorias modernas caminham nesta direção, mas ainda não há uma resposta final. Vamos começar por uma teoria onde o início significa uma fração de segundo já após a Grande Explosão.

Em primeiro lugar, o que significa esta *fração de segundo*? Na verdade a Teoria da Relatividade Geral descreve o tempo, no início de maneira um pouco diferente de como este *tempo* flui para nós. Em uma pequena fração de segundo verdadeiras eras se passam, e precisamos de uma nova escala de tempo para descrever estas eras. Passamos a descrevê-las através destas frações, ou seja, eras se passam quanto mais nos aproximamos do instante inicial. Começamos nossa descrição a 10^{-33} s após a explosão. Parece pequeno demais! No entanto, a noção de tempo acaba por ser um pouco diferente neste início, e quanto mais nos aproximamos da origem dos tempos, mais fenômenos ocorrem em espaços de tempo cada vez menores.

A explosão inicial se inicia com um um Universo infinitamente quente. Tão quente era o Universo, que a matéria, tal como a vemos hoje, não existia. A energia de cada partícula elementar era tão grande que cada uma delas interagira rapidamente com as outras com tal troca de energia, que cada uma delas não mantinha sua identidade por muito tempo. As partículas elementares, ao interagirem, produzem quantidades grandes de outras partículas, como por exemplo os fótons, ou seja, a energia eletromagnética. Estes por sua vez também interagem com grande frequência, de modo que eles não viajam por longas distâncias a sós, o que indica que imagens não são transmitidas por longas distâncias. Nesta chamada *Era da Radiação* o Universo era, portanto,

opaco, como se uma espessa bruma cobrisse tudo. Esta era durou um tempo relativamente grande, qual seja, cerca de (??) 300.000 anos após a explosão inicial.

Esta foi uma época crucial para a história do universo. De fato, houve dois acontecimentos, por acaso quase concomitantes, que aconteceram na ocasião. Um deles foi o fato que o Universo deixou de ser opaco, pois os fótons, então já bastante frios, pouco energéticos, não podiam mais dar energia suficiente para excitar os átomos, e então já passavam incólumes pela matéria. Hoje, podemos observar a Radiação Cósmica de Fundo desta época, e uma das metas científicas da cosmologia é tentar prever a evolução do Universo através do conhecimento desta radiação de fundo e suas inhomogeneidades em tal época.

Outro acontecimento importante foi o fato de que a maior parte da energia solta pelo Universo, que estava na forma de radiação, passou a estar, em sua maior parte, na forma de matéria inerte. Isto foi muito importante, pois a radiação *não para*, e dificilmente forma aglomerados, enquanto a matéria inerte mais facilmente se aglomera, formando objetos compactos, que algum dia formarão as galáxias, as estrelas, os planetas, e os seres vivos, como consequência.

Voltemos aos primeiríssimos instantes, aos 10^{-33} seg de vida do Universo. Havia um caldo, uma sopa onde partículas muito menores que as frações dos átomos hoje conhecidos. Havia muitos fenômenos hoje quase indecifráveis, possivelmente o próprio espaço-tempo tivesse uma caracterização diferente, e fosse multidimensional. Conforme passava o tempo, fenômenos misteriosos iam acontecendo. Uma tremenda aceleração do Universo como um todo acontecera nesta época, o mundo aumetara de tamanho de maneira tremenda, fora a época da grande inflação.

Os quarks, germens da matéria, conviviam com elétrons de carga positiva e de carga negativa, até que um interação elementar, universal, sentindo o descer da temperatura se congelou, os elétrons de carga positiva desapareceram, e formou-se um germen mais adequado para a matéria como a conhecemos, ou seja, formaram-se os prótons e os neutrons, assim como os elétrons. O processo de congelamento das interações é correto, e se chama, tecnicamente, *Quebra espontânea de Simetria*. Este processo é a chave da compreensão da evolução do Universo, explicando porquê temos quatro interações elementares de intensidade diferente, ou seja, temos a gravidade que nos segura à Terra, a eletricidade e o magnetismo, que tão bem conhecemos, a interação fraca, que controla a emissão de luz do Sol, e a interação forte,

responsavel pelas forças nucleares, que juntam o núcleo atômico.

Mesmo após a formação da matéria, através dos prótons, nêutrons e elétrons, a temperatura era tão alta que de fato todos andavam tão rápido que pareciam mesmo ondas luminosas. Dai por diante, com a diminuição da temperatura, as interações foram se formando. Quando os átomos se formaram, liberando a luz, e quando a quantidade de matéria se tornou mais importante que a quantidade de energia luminosa, passamos para a era moderna, chamada de *dominada pela matéria*. Aí então as estruturas passaram a se formar, os aglomerados gigantescos, as galáxias, as estrelas.

Entre as estrelas, apareceram também algumas muito grandes, que ao se resfriarem, não mais se podiam manter sob o peso de toda sua matéria, então elas implodem. São as chamadas supernovas, que provocam explosões gigantescas no espaço. Se uma supernovas explodir em um raio de alguns anos luz tudo é tomado pela energia delas. Esperamos que nos próximos milhões de anos nenhuma supernova aconteça perto da Terra. Mas estes não são apenas objetos malignos, pois é delas que provém a matéria da qual somos formados.

No início do Universo, havia preponderantemente hidrogênio. A interação do hidrogênio, que se fundia, produziu grandes quantidades de Hélio. Outros materiais, como o lítio, foram também produzidos, mas os elementos mais pesados, por um milagre da natureza não o foram. Isto foi bom para a vida, pois se o fossem, o Universo teria se resfriado rápido demais, e não teria havido tempo de se formar a vida. Calcula-se que a quarta parte da matéria formada no início do Universo seja gas Hélio¹. Os materias pesados são formados nas estrelas supernovas.

¹Na superfície da Terra, o Hélio é muito raro, pois escapa para o espaço exterior. Ele é encontrado aprisionado em minas.

Capítulo 10

A Visão do Século XXI

10.1 Teorias de Cordas e Outras dimensões

A idéia de supersimetria tem como consequência natural a introdução de novas dimensões no espaço. Para concretizar completamente as idéias apresentadas, precisamos de uma máxima supersimetria — chamada supersimetria estendida, precisamos definir a teoria em 10 ou 11 dimensões de espaço-tempo, e depois tornar as 6 ou 7 dimensões extras muito pequenas.

Uma maneira alternativa para o procedimento acima é a idéia de cordas — as partículas elementares seriam pequenas estruturas alongadas movimentando-se no espaço-tempo. Para as cordas supersimétricas só existe uma dimensão onde as quantidades físicas são consistentes: 10 dimensões sendo 9 de espaço e 1 de tempo.

10.2 A Ciência dos dias de Hoje

As equações de Einstein podem ser resolvidas para certas situações físicas particulares da gravitação. Para um centro atrator com simetria esférica, acha-se o potencial de Newton, como no caso de planetas ou estrelas com densidade relativamente baixa. Para grandes concentrações de matéria, acha-se a solução de Schwarzschild para o buraco negro que virá a ser de grande importância.

No caso da descrição cosmológica deve-se levar em conta a equação de campo da matéria e sua distribuição. Neste caso, foi postulado o princípio cosmológico que nos diz que o universo é, em escala muito grande (escalas

cosmológicas), homogêneo e isotrópico, ou seja, não há posições privilegiadas no cosmo. Como consequência, acham-se as soluções de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker.

Deste modo, pode-se supor que o universo seja formado por um fluido cósmico universal, homogêneo, dependente apenas do tempo. O tensor de energia-momento, compatível com esta mesma isotropia e homogeneidade, teria uma componente representando a densidade de energia $\rho(t)$, e outras representando a pressão $p(t)$. Postuladas as equações de Einstein, o mundo é descrito por uma métrica, ou seja por uma régua universal cujo tamanho se modifica de um lugar para outro. Podemos obter a métrica de um modelo cosmológico encontrando, para a solução das equações de Einstein a solução de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker, que caracteriza um universo dinâmico, primeiramente em expansão, e depois em contração ou expansão até o infinito. Einstein havia julgado estas soluções como errôneas, propondo modificações para sua teoria. Tomemos um certo fôlego para a interpretação dos resultados. A métrica $g_{\mu\nu}$ representa a geometria intrínseca do espaço-tempo. Ela é a medida de distância, e num espaço plano em três dimensões, ela representa nada menos que o teorema de Pitágoras para se achar a diagonal de um paralelepípedo de arestas dx , dy e dz , ou seja, $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$. Incluindo-se o tempo num espaço sem gravitação, temos a geometria de Minkowski da relatividade especial, ou seja (adiante faremos a velocidade da luz $c = 1$, que representa uma escolha especial de unidades)

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad .$$

No caso Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker temos um parâmetro dependente do tempo, $R(t)$ que, se aumentando ou diminuindo, aumenta ou diminui o valor das distâncias. Além disto temos uma constante k que torna os valores $0, \pm 1$.

O valor de k determina o tipo de universo obtido. Quando $k = 1$ o universo é dito fechado. Neste caso, $R(t)$ aumenta até um valor máximo voltando posteriormente a diminuir. Neste caso o universo se inicia a alta temperatura e densidade, expande-se até um máximo, depois volta a se encolher até seu desaparecimento numa implosão final. Para $k = -1$ a expansão é eterna. O que diferencia um caso de outro é a densidade de matéria média no universo. Há um valor crítico para a mesma, $\rho = \rho_{crit}$, acima do qual o universo é fechado, ou seja, a atração gravitacional é mais forte que a expansão; enquanto para a densidade média menor que a densidade crítica a

Figura 10.1: *Evolução dos universos aberto e fechado (do Cambridge Atlas of Astronomy).*

Figura 10.2: *Evolução segundo o valor de k (do Cambridge Atlas of Astronomy).*

expansão é eterna. O caso $\rho = \rho_{crit}$ corresponde a $k = 0$ e o universo é dito *chato* (flat). As figuras (10.2) e (10.2) ilustram estes fatos.

Se tivermos a equação de estado da matéria, ou seja, se caracterizarmos bem as propriedades físicas da matéria, poderemos obter soluções explícitas. Esta equação é de fato bastante geral, descrevendo matéria ora inerte, como hoje, ora radiação pura, como há 14 bilhões de anos.

O resultado das equações de Einstein mostram que a *régua universal* depende do tempo, aumentando sempre segundo certos modelos cosmológicos. A *régua* depende também da constante de Hubble hoje que fixa a escala de tempo e a idade do universo. A *régua* é exatamente a função $R(t)$ apresentada acima.

O diagrama mostrando a evolução de $R(t)$, que nos diz o tamanho da régua para os três casos possíveis de evolução é dado pela figura (10.2).

Os dados observacionais originais, obtidos pelo astrônomo Edwin Hubble, mostram o universo em expansão e estão na figura (10.2). Através dos dados obtidos das linhas espectrais de corpos celestes, pode-se observar a sua velocidade, através do chamado efeito Doppler. Hubble fez um diagrama

Figura 10.3: *Dados originais de Hubble, onde temos a velocidade em km/s plotada contra a distância em parsecs.*

Figura 10.4: *Novos dados sobre a lei de Hubble, onde se plota a velocidade contra a distância (Cambridge Atlas of Astronomy).*

das velocidades assim calculadas como função da distância de tais corpos celestes em relação a nós, obtendo uma relação aproximadamente linear. A constante de Hubble corresponde à constante de proporcionalidade entre a velocidade e a distância. O valor correspondente a H obtido por Hubble foi $H = 500 \text{ km/sMpc}$.

Supondo-se que o universo tenha tido um início e que tenha se expandido desde então, o tempo passado até hoje, que corresponde à idade do universo, equivale a $T \approx H^{-1} \approx 2$ bilhões de anos.

Esta idade é ainda menor que a própria idade da terra, 5 bilhões de anos. O valor correto de H_0 pode ser obtido do diagrama (10.2) que indica valores da ordem de $H \approx 75 \text{ km/sMpc}$, de modo que a idade do universo é cerca de 14 bilhões de anos, como consequência destes dados.

Há várias questões atuais neste contexto. Em primeiro lugar, as escalas de distância. Tais escalas são grandes demais para que possam ser observadas diretamente. Isto é apenas um pequeno detalhe do grande problema observacional em astronomia, mas que tem óbvias consequências em relações como a de Hubble, indicando a dificuldade em se obter informação sobre um parâmetro tão importante quanto H que determina a idade do universo. Além disto, há a questão sobre se o universo está se acelerando ou desacelerando, se é fechado ou aberto.

As observações indicam que a densidade do universo é muito próxima da densidade crítica, ou seja, $\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}} \approx 1$ que é a relação entre a densidade da matéria observada no universo e um valor crítico, teoricamente previsto. Este valor próximo do valor crítico constitui um grande problema de interpretação, como veremos adiante, já que este valor é instável. Além disto, uma aceleração, ou desaceleração, pode ser um indício de uma constante cosmológica ou energia escura, o que pode mudar sobremaneira nossa visão de mundo.

Mecânica Quântica

Toda a descrição feita até o momento supõe uma natureza clássica relativística, ou seja, não há modificações de princípios na Mecânica Clássica, além dos ajustes usuais advindos da Teoria da Relatividade Especial e Geral.

A necessidade de quantização advém de vários pontos na descrição do universo. O principal deles é o fato de que uma teoria do tipo *big-bang*, onde o universo emerge de um plasma cosmológico de temperatura altíssima, requer a descrição de um fluido cuja energia média por partícula constituinte (ou seja, a temperatura) é muito alta. Assim, a interação se dá no âmago da matéria e requer uma descrição eminentemente quântica.

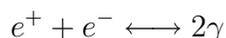
A Mecânica Quântica é uma teoria linear, com uma interpretação não linear, onde, para todos os efeitos práticos, supõe-se que haja um limite clássico macroscópico que constitui o instrumento de medida do fenômeno quântico. Deste modo, a descrição mais simples do fenômeno quântico se dá através de uma medida clássica, que é o que chamamos acima de interpretação não linear.

No entanto, tal interpretação passa a ser problemática no caso do Universo. Afinal, para um observador interno do Universo, pode-se perguntar o que é a sua função de onda, já que não há limite clássico, ou seja, não há uma medida clássica externa ao objeto quântico em questão, no caso, o cosmo universal. Poderíamos perguntar: existe o Universo quando fechamos os olhos? Mas se fecharmos os olhos e o Universo não existir, então, há olhos? Tais perguntas são inerentes à interpretação da Mecânica Quântica com relação à medida clássica. O fato é que o problema da medida é resolvido, de modo prático, colocando-se o observador num mundo clássico, o mais longe possível do fenômeno quântico a ser estudado. Em outras palavras, o observador é externo ao mundo quântico em estudo, o que faz sentido quando estudamos fenômenos da escala do microscópico.

Por outro lado, nós, como observadores, fazemos parte do Universo e a dicotomia entre observador e observado desaparece completamente ao estudarmos o universo como um todo, fazendo com que o observador faça parte do fenômeno, ou seja, o experimentador é parte intrínseca da experiência. Assim, não mais se define a parte clássica do aparelho de medida.

Tal contexto faz de uma teoria quântica da gravitação algo muito difícil para ser estudado. No entanto, estes não são os únicos problemas a serem apresentados. A evolução relativística da Mecânica Quântica, ou seja a Teoria Quântica Relativística apresenta novas e grandes dificuldades. A primeira

descrição quântica relativística correta de uma partícula foi feita por Dirac. Ele modificou a equação de Schrödinger de modo que ela pudesse descrever o spin do elétron e satisfazer a relação relativística entre energia e momentum. A primeira consequência importante da equação de Dirac foi o fato de haver estados de energia negativa, havendo um número infinito deles, que não podiam se compreendidos pela teoria padrão. Dirac reinterpreto os estados de energia negativa em termos de uma *antimatéria*, de tal modo que um estado de elétron, e um estado de pósitron — o antielétron (ou equivalentemente um estado disponível de energia negativa), na presença um do outro, desapareceriam deixando para traz energia pura. Do mesmo modo, energia pura em quantidade suficiente pode gerar matéria na forma de pares elétron-pósitron, no processo acima visto no sentido inverso. Como na teoria quântica, uma variação de energia infinitesimal é uma quantidade com indefinição devido à relação de incerteza $\Delta E \sim \hbar/\Delta t$ para pequenos intervalos de tempo, é possível haver energia suficiente para formar pares, como na reação



que nos mostra que os fótons, aqui denotados por γ , podem se converter em um par eletron (e^-) e pósitron (e^+). Isto faz com que a Teoria Quântica Relativista seja uma teoria de muitos corpos. Daí o advento da Teoria de Campo Quantizado, ou Teoria Quântica de Campos.

No entanto, firmemos nosso objetivo em direção à ciência moderna. O espírito investigativo do homem levou-nos a trilhas sinuosas e confusas, com surpresas a cada esquina. O início do século passado marcou a história da humanidade pelo surgimento dos dois pilares do conhecimento moderno. A Relatividade de Einstein e a Mecânica Quântica revolucionaram a maneira com que percebemos o universo e nosso papel na teia viva da criação. Toda a complexidade que vemos no mundo pode surgir do acaso, conforme previsto pela teoria quântica, enquanto nas escalas astronômicas, a própria evolução do universo pode ser descrita a partir de condições iniciais, utilizando-se a Relatividade de Einstein.

Do casamento da Relatividade Especial com a Mecânica Quântica nasceu a Teoria Quântica de Campos que, quando aplicada aos fenômenos eletromagnéticos — a Eletrodinâmica Quântica —, provou-se a mais bem sucedida das teorias físicas, explicando a espectroscopia atômica numa precisão de uma parte em dez bilhões! E foi o seu sucesso em descrever, de forma unificada, pelo menos em parte, as três interações fundamentais das partículas

elementares — força eletromagnética, força fraca e força nuclear forte — o que nos inspirou na busca pela compreensão da gravitação — a quarta força — neste mesmo formalismo. Ao concebermos toda a natureza em uma única teoria, buscamos a beleza.

Universo Quântico em Expansão: O modelo Padrão

Conforme mencionamos, seguindo-se a evolução cósmica para trás no tempo, chegaremos a um ponto inicial de temperaturas altíssimas onde a teoria quântica relativística será essencial para a descrição do mundo. Vários elementos serão necessários para uma descrição teórica competente de tal evolução, assim como para que se confirmem observacionalmente os fatos.

Em primeiro lugar, foi observado um resquício importante da explosão inicial que perdura até os dias presentes, e continuará nos céus para sempre. O fato é que uma grande explosão e sua conseqüente evolução produz uma grande quantidade de radiação. No início, tal radiação esteve em equilíbrio com a matéria, já que pares de partículas e antipartículas estariam se aniquilando produzindo fótons — radiação eletromagnética, ao mesmo tempo em que fótons altamente energéticos teriam voltado a interagir na reação inversa, produzindo pares, como na reação já vista anteriormente. Quando a energia diminui aquém da energia mínima necessária para que os fótons possam interagir com a matéria, os fótons — ou seja, a radiação eletromagnética — desacoplam-se — ou seja, separam-se do restante, praticamente não interagindo mais com a matéria, e passam a existir isoladamente. Radiação em um dado espaço vazio é um problema conhecido como corpo negro, e foi o objeto estudado por Planck na descoberta inicial que levou à Mecânica Quântica. Para uma dada temperatura, a distribuição de energia em termos da frequência ν obedece à chamada distribuição de Planck, que é caracterizada por uma temperatura T .

Em um estudo com antenas, Penzias e Wilson, em 1965, observaram a existência de uma radiação de fundo em todo o céu, que obedece à distribuição de Planck, com um parâmetro de temperatura T tendo um valor de aproximadamente $3K$. Esta descoberta foi fundamental para que se pudesse confirmar experimentalmente (observacionalmente) a teoria do big-bang. A radiação aqui descrita é chamada de radiação cósmica de fundo. Hoje, mapas

Figura 10.5: *Dados obtidos da Radiação cósmica de fundo pelo satélite COBE.*

da radiação cósmica de fundo são feitos com extremo detalhe, e se supõe que as pequenas diferenças nas várias regiões sejam responsáveis pelas futuras estrutura do Universo, já que a radiação de fundo é um resquício deixado desde 14 bilhões de anos, ou seja, desde antes da formação de qualquer estrutura no horizonte conhecido. É muito digno de nota que, se retirarmos o efeito do nosso movimento na radiação de fundo consignado pelo efeito Doppler, que tecnicamente é um efeito de dipolo, as diferenças de temperatura entre os vários pontos do Universo é menor que uma fração de aproximadamente 10^{-5} em relação à temperatura média. O fato desta diferença ser tão diminuta aponta para mais uma forte razão para o que será a teoria inflacionária. Na figura (10.2) vemos os dados originais do satélite COBE hoje melhorados no satélite WMAP e no futuro próximo pelo projeto PLANCK.

Deveremos, subsequentemente, descrever a evolução cósmica. No entanto, é certo que tal evolução terá diferentes fases. Hoje há muita matéria que não faz qualquer pressão. Assim, há uma densidade de energia inerte e pressão zero: estamos no chamado domínio da matéria, e a física é descrita pelas 4 interações fundamentais, as interações forte, eletromagnética, fraca e gravitacional. As partículas elementares que compõem o Universo, apesar de parecerem estar presente em grande número, são de fato compostas de poucos elementos primordiais — quarks, léptons e seus respectivos antiquarks e antiléptons, além dos carregadores de força — os fótons e sua *generalizações não abelianas*. Além disto, há mais algumas partículas teoricamente previstas para dar consistência à teoria.

Uma pergunta aparentemente sem conexão com a evolução do universo será a chave da compreensão cósmica: porque as diferentes interações têm força diferente, e porque de fato há um certo número de interações? Ou ainda: haverá uma teoria unificada das interações? Como tal teoria estaria relacionada com as diversas interações elementares?

A resposta está na dependência das interações com a energia efetiva e com a temperatura, e no processo chamado de quebra espontânea de simetria.

A quebra de simetria é um processo simples, como acontece quando uma

Figura 10.6: *Diagrama com potencial tipo chapéu mexicano, onde a quebra de simetria se dá para uma simetria de rotação contínua, criando a possibilidade de geração de massa através do fenômeno de Higgs.*

interação elementar é descrita por um potencial com simetria por rotação, tal como no exemplo da figura (10.2).

Se escolhermos um destes pontos como origem, na direção radial haverá uma inércia para se deslocar a partícula, mas na direção do mínimo não há — portanto há uma partícula de massa zero. O ponto é que o fóton devora o bóson sem massa e engorda! Este é o chamado fenômeno de Higgs, e, em consequência dele, os fótons de interação fraca ganham massa e sua interação fica fraca, ao contrário do eletromagnetismo e da interação forte. No entanto, quando as partículas estão num plasma de alta temperatura, os detalhes do potencial não são mais tão importantes, e o fenômeno de Higgs não se pode processar! Assim, quanto mais alta a temperatura mais simétricas serão as interações — elas tendem a se igualar.

Este fenômeno pode ser revisto e reestudado em termos da teoria de campos das três interações elementares - fraca, eletromagnética e forte, tais como descritas pelo respectivo grupo de simetria, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. As respectivas forças de interação vão se tornando iguais com o aumento da energia. As interações fraca e eletromagnética tornam-se uma só energia de aproximadamente 100Gev^1 . Após isto, elas se juntam à interação forte, numa única interação elementar unificada a uma energia de aproximadamente correspondente a 10^{15} Gev, portanto já macroscopicamente relevante, algo gigantesco para uma partícula elementar. Os aceleradores existentes só chegam hoje a algumas centenas de Gev, devendo chegar ao milhar de Gev (1TeV) nesta próxima geração de aceleradores. A possibilidade de uma experiência direta nesta energia só seria possível com técnicas inteiramente novas, indisponíveis nos dias de hoje.

¹1 Gev = 10^9 eV = 1.6×10^{-3} erg

10.3 A Evolução do Universo

No início do universo, com altas temperaturas, fora possível o fenômeno da restauração de simetria, de modo que outras fases do Universo passam a existir, com cada vez maior simetria quanto mais alta fosse a temperatura.

Dessa maneira, é possível fazer um paralelo entre a história cósmica e a descrição das interações elementares como função de energia de interação. Os detalhes da história do Universo, também chamada de história térmica do Universo, já que a temperatura do universo é uma função monotonicamente decrescente do tempo, foi e tem sido objeto de estudos em cosmologia, assim como em teorias de campos. Os detalhes de tal história, desde a quebra da simetria eletrofraca, são bem conhecidos e confirmados em física de aceleradores. Antes disto, até energias correspondentes à teoria unificada das tres interações, excluída a gravitação, tem-se um conhecimento razoável da evolução do universo, baseado em hipóteses teóricas bem fundamentadas. Mais além, a questão é bem mais profunda, envolvendo o universo inflacionário e posteriormente uma teoria quântica da gravitação unificada com as outras interações. São problemas profundos, enraizados na própria origem de todo o universo, cuja solução poderia explicar não apenas nosso universo mas também prever dimensões extraordinárias, partículas supersimétricas, novas propriedades físicas e até mesmo novos universos. Uma versão simplificada da história térmica é dada pela sequência abaixo.

- 10^{-44} seg gravitação quântica 10^{19} Gev
- 10^{-34} seg origem da matéria 10^{15} Gev
- 10^{-12} seg transição eletrofraca 10^2 Gev
- 10^{-6} seg transição quark hadron 1 Gev
- 10^{-6} seg matéria nuclear 1 Gev
- 1 seg nucleossíntese 1 Mev
- 10^{12} seg matéria atômica 10 ev
- 10^{13} seg desacoplamento matéria energia 1 ev
- 10^{16} seg formação galáctica 10^{-2} ev

- 10^{17} seg formação do sistema solar 10^{-3} ev

Um ano corresponde a 3.15×10^7 seg, e 1ev corresponde a uma temperatura de $5 \times 10^3 K$, praticamente o mesmo em graus Celsius.

Pode-se observar ainda que, nos primeiros instantes, a evolução temporal, medida através de nosso presente parâmetro tempo, tem uma evolução cada vez mais rápida, quanto mais nos aproximamos do instante inicial.

Os primeiros segundos são incógnitos, correspondendo à época de gravitação quântica, onde presumivelmente haveria supercordas como elementos físicos relevantes, e a dimensão do espaço-tempo deveria ser 10 (9 de espaço e uma tempo) para que fossem descritas corretamente as supercordas, ou eventualmente 11 no caso de uma *teoria mãe* ou *teoria mestra*, já recentemente formulada. A matéria passou a existir aos 10^{-34} s segundos, quando a teoria unificada se dividiu em interação forte e interação eletrofraca. Antes disto os bárions podiam decair, o que seria equivalente a dizer que os prótons, ou a matéria normal, não são estáveis. Sinais experimentais de tal decaimento estão sendo procurados mas ainda não há confirmação.

A matéria atômica, tal como a conhecemos hoje, só se formou segundos após o início (cerca de 30 mil anos após o big bang) mas a matéria desacoplou-se da energia radiante apenas 300 mil anos após o big bang. Foi só então que a luz passou a poder viajar longas distâncias sem se espalhar pela matéria, e o universo ficou transparente. De fato, antes disto o universo era opaco. Deste modo, só podemos observar o universo posteriormente ao tempo em que os fótons passaram a se mover livremente. Antes disto, eles eram *capturados* antes de chegarem aos nossos olhos, de modo que não podemos enxergar nada antes do tempo $t_l \approx 10^{13}s \approx 300.000$ anos, o tempo de *liberação* dos fótons.

Do ponto de vista observacional, a melhor confirmação do modelo, após a radiação cósmica de fundo, é a abundância de hélio observada no universo. Tal abundância é prevista como consequência de sucessivas reações de captura de nêutrons, começando por



ou seja, um nêutron n choca-se com um próton p dando origem ao deutério d e radiação eletromagnética, ou fóton, γ , dando início a reações mais complicadas.

Como resultado, obtém-se a previsão de que a quantidade de hélio como fração da matéria bariônica no universo deve ser de aproximadamente 25%, o que é plenamente confirmado pelos dados observacionais.

Figura 10.7: *Comparação entre o valor de Ω hoje e aquele do início do universo; qualquer diferença extremamente pequena naquela época, se configura hoje como gigantesca. Assim, para que se tenha Ω próximo de 1 hoje, esta constante deve ser escolhida infinitesimalmente próxima de 1 no início.*

Alguns problemas ainda permanecem, todavia, sem solução. O primeiro é o problema da extrema isotropia observada no universo. Conforme mencionado, retirando-se o efeito do movimento da Terra em relação à radiação cósmica de fundo, a isotropia no valor da temperatura observada é tal que a diferença relativa nas temperaturas é da ordem de 10^{-5} . Isto é visto na figura (10.2). Naquele mapa, as duas grandes manchas na temperatura correspondem ao termo de dipolo gerado pelo movimento da terra em relação à radiação de fundo.

O segundo problema refere-se ao fato do valor da densidade de matéria no universo ser tão próxima da densidade crítica. Em geral, definimos $\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}}$. O valor $\Omega = 1$ é muito instável. Se olharmos para o diagrama (10.3) vemos que o valor de Ω , perto de 1 hoje, deve corresponder, no início dos tempos, a um valor enormemente mais próximo de 1. Seria como manter uma esfera equilibrada sobre um dedo por muito tempo sem tocá-la. Tal fato dificilmente ocorreria por mero acaso.

Um terceiro problema é o fato de não haver monopolos magnéticos no universo. A teoria os prevê, mas eles nunca foram encontrados.

Estes e alguns outros problemas são resolvidos pelo processo chamado de inflação. Segundo tal processo, teria havido no princípio uma expansão exponencial do fator de escala do universo. De modo geral, este crescimento exponencial deveu-se ao fato do universo estar em um falso vácuo - um máximo relativo de energia.

Com o crescimento alucinante do universo ficamos em um espaço relativamente homogêneo que estava em conexão causal no início dos tempos. A densidade de matéria deve se manter igual à densidade crítica, e outros monopolos estariam fora do horizonte conhecido. São resolvidos, portanto, os maiores problemas do modelo padrão. Abrem-se ao mesmo tempo outras possibilidades, como por exemplo a criação de novos universos (ver figura

Figura 10.8: *A Criação de novos universos*

(10.3)).

O último degrau nesta sequência será a compreensão de uma teoria quântica da gravitação que lance luz na estrutura última do espaço-tempo.

10.4 Rumo ao Futuro

Sobre a Necessidade de uma Teoria Quântica da Gravitação

A Teoria da Gravitação descreve a mais antiga força da natureza conhecida pelo homem. O Universo ptolomaico já se referia à estrutura do universo baseado nas antigas concepções gregas. Foi com Newton que se conseguiu a primeira descrição do universo através de princípios físicos bem definidos, com uma teoria física subjacente, que pode explicar os antigos dados, melhorados por Tycho Brahe, assim como as leis de Kepler, ali baseadas.

No entanto, foi com a Relatividade Geral que se pode ter uma descrição completa da natureza da interação gravitacional, já que só então uma determinada condição física, juntamente com as equações fundamentais, poderiam determinar o tipo de gravitação subjacente. Ou seja, com a distribuição de matéria e com a simetria do problema, podemos resolver as equações de Einstein obtendo-se a métrica do problema em questão.

Ao mesmo tempo em que se desenvolvia a Teoria da Relatividade, a Mecânica Quântica dava seus primeiros passos, descrevendo uma natureza que correspondia, a princípio, ao muito pequeno. Átomos, elétrons, prótons eram descritos por leis que descreviam o âmago da matéria de modo consistente, o que a mecânica clássica certamente não era capaz de fazer.

Gravitação e Mecânica Quântica andavam, na primeira metade do século XX a passos paralelos mas sem jamais colocarem problemas uma à outra, já que até então diziam respeito a problemáticas diferentes, uma delas ao muito pequeno e outra ao muito grande.

Todavia, sempre se almejou descrever uma Teoria Unificada de Todas as Interações Elementares. Afinal, se a física é uma só, sendo a mesma em todos os lugares do espaço e em todo o tempo cosmológico, por que então a gravitação não estaria ligada de modo intrínseco às outras interações elementares?

Mais do que isto, o avanço da cosmologia na segunda metade do século XX colocou ainda outra peça importante no estudo da gravitação, através da descrição do universo primordial. O Universo descrito pelas equações de Einstein está em evolução, e se iniciou através de uma explosão universal, o chamado *Big Bang*, a grande explosão onde o universo emerge de um plasma cosmológico de temperatura altíssima requer a descrição de um fluido cuja energia média por partícula constituinte (ou seja, a temperatura) é muito alta. Assim, a interação se dá no âmago da matéria e requer uma descrição eminentemente quântica. Esta foi uma explosão diferente da explosão de uma bomba, pois esta última tem um centro do qual emanam ondas de choque. No caso do *Big Bang* a explosão é universal, em todos os pontos ao mesmo tempo, e a evolução posterior é dada pela Teoria das Partículas Elementares e dos Campos, portanto uma teoria quântica.

Ainda mais que isto, a explosão inicial não pode ser compreendida apenas através da gravitação de Einstein, já que neste caso não haveria como se dar uma causa àquela explosão inicial. Juntamente com esta questão, no caso de se descrever o comportamento posterior do universo, em seus primeiros instantes, que são de fundamental importância para a evolução posterior, é necessário que se tenha uma teoria unificada de todas as interações, e portanto, sendo as outras interações obrigatoriamente quantizadas, não há como se ter uma gravitação simplesmente clássica!

Há outras linhas de argumentação equivalentemente incisivas. O comportamento de buracos negros na presença de campos quantizados também nos leva a uma obrigatoriedade da quantização dos campos gravitacionais.

A questão colocada é no entanto das tecnicamente mais difíceis dentro da física teórica. Se procedermos à quantização da gravitação da mesma maneira que o fazemos no caso dos outros campos, chegaremos a contradições visíveis, já que a gravitação, sendo uma teoria altamente não linear, gera quantidades infinitas que não podemos interpretar fisicamente. O chamado problema da renormalização de uma teoria de campos, que *cura* os infinitos que aparecem devido ao caráter operacional dos campos quantizados, não pode ser resolvido em teorias de campos que contenham a gravitação. Em termos técnicos dizemos que a gravitação é uma *teoria não renormalizável*.

Isto é fatal, já que em um caso como este, o poder de previsão da teoria se enfraquece ao infinito.

As dificuldades em se amalgamar gravidade e mecânica quântica são muitas. De fato, apenas pensarmos em uma gravitação quântica já nos demanda uma reestruturação da geometria que poderia passar a ser descrita por números discretos, ou seja, tanto o tempo quanto o espaço passariam a ser medidos em termos de unidades fundamentais discretas. Desta maneira, a antiga meta, já antevista por Einstein, de se obter uma teoria unificada dos campos, que foi delineada para as outras interações no decorrer das últimas décadas do século XX, encontra uma alta barreira exatamente na teoria da gravitação, que podemos chamar a *menina dos olhos* da física fundamental.

Tecnicamente, há várias maneiras de se quantizar a gravitação, cada uma com problemas e consequências. Vamos nos concentrar aqui no modo que tem convencido um grande número de físicos teóricos até o momento, já que é uma via elegante e que leva também à solução de vários problemas teóricos importantes. É a chamada *Teoria das Cordas* que passamos a descrever. Neste caso, a física, por seus caminhos sinuosos e confusos, pode ter encontrado a solução para a quantização da gravidade em um acidente teórico conhecido nos dias de hoje como Teoria de Supercordas. Inicialmente concebida como um modelo para interações fortes, a teoria de cordas, baseada em princípios simples mas com consequências deveras complexas, mostrou-se, nos últimos anos, como a mais séria candidata à unificação de todas as interações elementares, ao incluir a gravidade no mesmo patamar que os demais campos de partículas, em um formalismo finito e livre de anomalias quânticas. Misturando ficção científica e realidade, criando uma nova matemática, prevendo novas dimensões para o nosso universo além daquelas que podemos ver, a teoria de cordas, segundo as palavras de um dos maiores artífices deste campo de estudo, Edward Witten, mostra-se como *a física do século XXI que por acaso caiu no século XX*. Hoje um novo ânimo instaurou-se na comunidade científica e talvez em breve possamos estar detectando experimentalmente sinais de que todo o trabalho às cegas dos últimos anos em física teórica não tenha sido em vão e esteja, de fato, revelando os mais profundos mistérios da natureza.

no espaço-tempo, a corda realiza aquela que possui a menor área. Além disso, enquanto os pontos são únicos, cordas podem ser concebidas com as extremidades unidas (cordas fechadas), ou abertas. As cordas fechadas, por não possuírem pontos extremos, estão mais livres que as cordas abertas que precisam ser bem comportadas nas extremidades.

Se o mundo fosse clássico, não poderia surgir nenhuma revolução desta hipótese simples. Mas em um mundo quântico como este em que vivemos, é necessário que as cordas vibrem de maneira quantizada, em quantidades discretas. Cada quantum de vibração aparece como uma partícula distinta, com massa e spin distintos. Podemos compreender então que, como há infinitas formas das cordas vibrando, existiriam infinitas partículas *elementares*. Evidentemente, neste caso, *elementar* deixaria de ser o adjetivo correto. Mas se a corda for suficientemente pequena, como de fato supomos que seja, apenas as partículas sem massa² seriam observáveis nas energias que podemos atingir, pois os outros modos seriam excessivamente massivos para serem observados pelas técnicas atuais. Assim, o número de modos elementares efetivos é finito, e tais modos devem representar as partículas que conhecemos.

A primeira grande surpresa da quantização dessas pequenas cordas provém justamente da parte não massiva deste espectro. No contexto das cordas abertas, encontramos uma partícula sem massa que possui o número de componentes de um fóton — a partícula mediadora da interação eletromagnética. Por outro lado, dentre os modos de vibração de uma corda fechada, identificamos uma partícula sem massa com o número correto de componentes correspondente ao gráviton — a partícula mediadora da interação gravitacional. Assim, a gravidade e as demais interações físicas estariam naturalmente unificadas no mesmo formalismo! Como toda teoria de cordas necessariamente inclui cordas fechadas, porque uma corda aberta interagindo sempre pode unir seus pontos extremos, a gravidade não só está descrita no mesmo formalismo que os campos das demais forças como também é uma exigência da teoria. Obtemos uma descrição única de gravitação e das chamadas forças de calibre, que incluem as demais três interações, com a propriedade que caracteriza o campo gravitacional decorrendo naturalmente da teoria: todo campo interage gravitacionalmente.

²De fato quase sem massa. As massa observadas são muito menores que as massas dos outros modos da cordas, e são descritas por outros mecanismos, que não nos interessa detalhar aqui.

Dimensões

Para que a teoria de cordas funcione explicando a existência de todas estas partículas e forças, é preciso aceitar mais dimensões do que aquelas que conhecemos, já que este cenário é muito restritivo. Pensa-se que várias dimensões sejam necessárias para as cordas vibrarem de modo a explicar todas as características das partículas fundamentais. Quatro dimensões são familiares para nós: comprimento, largura, altura e tempo, mas existiriam outras dimensões que são tão pequenas que não podemos vê-las. Uma visão simples seria dizer que cada ponto no universo tradicional e aparentemente quadridimensional é na realidade um volume pequeno e multidimensional. Esta idéia foi recuperada das antigas idéias propostas por Oscar Klein na década dos 20, baseada nos trabalhos prévios de Theodor Kaluza, quando ele tentava unificar gravidade e eletromagnetismo.

Assim, desde o final da década de 20, com os trabalhos de Kaluza e Klein, sabemos que dificilmente haverá possibilidade de se unificar todas as interações em apenas 4 dimensões (uma de tempo e três de espaço). Não é, portanto, nenhuma surpresa, que a teoria de cordas, candidata à unificação, exija uma alta dimensionalidade do espaço-tempo. De fato, quantizar a teoria só é possível de forma consistente em 10 dimensões do espaço-tempo e com simetrias adicionais. Novamente arte e ficção científica se fazem ciência.

Dimensões além das visíveis sempre assombraram o mundo da ficção científica e foram usadas para várias viagens místicas e até encontros com o criador. A mística da alta dimensionalidade inspirou também artistas como Picasso e Salvador Dali.

Mas o que significaria um mundo com dimensões extras? Seria, na verdade, mais uma lição de humildade para a ciência: o universo não só é infinitamente rico nas três dimensões espaciais que observamos como também é dotado de outras dimensões das quais nem tomamos conhecimento. Somos como carrapatos do universo, vivemos restritos a uma superfície que está imersa em um mundo com mais dimensões. Como seria a ciência de carrapatos? Provavelmente os *carrapatos-cientistas* teriam que apelar para efeitos fantásticos para explicar a chuva: erupções de fluidos viscosos que surgem *do nada* sobre a superfície em que vivem. Mas seres que ocupam a terceira dimensão, como nós, sabemos porque os carrapatos parecem tão confusos.

O mesmo ocorre para as leis físicas em um universo multidimensional. Nossa visão restrita a quatro dimensões espaço-temporais torna confusos e desunidos os fenômenos que provavelmente seriam descritos de forma simples

e única se pudéssemos vislumbrá-los *de fora*, das dimensões em que eles de fato vivem. É claro que, de alguma forma, a existência dessas dimensões poderia ser percebida. Em particular, para a teoria de cordas, a gravidade seria obtida pela troca de cordas fechadas que moram nas dez dimensões. Se a gravidade pode, portanto, se propagar nessas dimensões extras, a lei de Newton deveria ser alterada e não observaríamos uma força gravitacional inversamente proporcional ao quadrado da distância. Como esse efeito não é observado, essas dimensões, se de fato existem, devem ser muito pequenas, tão pequenas que, efetivamente, nosso universo parece quadri-dimensional. Dizemos que as dimensões extras estão compactificadas.

Quando se compactifica a Teoria de Cordas, os pontos extremos das cordas abertas ficam confinados às dimensões não compactas, ou seja, ao nosso universo observável; enquanto isto, as cordas fechadas continuam livres para viajarem em todas as dimensões extras. A superfície em que as cordas abertas estão confinadas são membranas imersas no universo em dez dimensões. Toda a matéria e as interações, excluindo a força gravitacional, são, dessa forma, confinadas nessa membrana e formam o nosso universo visível. Somos, portanto, moradores de uma fatia de algo muito maior. As partículas elementares, os fótons de luz e seus similares, estão confinados nesta membrana. Somente a gravidade pode viajar por todo o espaço. Somente ela pode nos trazer indícios da existência de tais dimensões extras. Note-se que há apenas 6 anos, a idéia de dimensões extras habitava a região nebulosa entre a física e a ficção científica. Porém muito físicos já tinham começado a ver a nova *Teoria de Cordas* como o grande próximo passo da física teórica. A teoria de cordas é uma teoria que tenta responder a tudo aquilo que observamos no universo, tanto em larga escala como na escala subatômica. Para isto, a teoria deve dar conta de um único comportamento para todas as partículas elementares e as quatro forças fundamentais, deve unificar as teorias da relatividade geral e da mecânica quântica e explicar o nascimento do universo e tudo quanto vemos dentro dele. Pela primeira vez a resposta pode estar mais perto do que imaginamos.

O Estilo Teorias de Cordas

As teorias de cordas só podem conter simetrias da natureza, as chamadas simetrias de calibre, em certas dimensões específicas. A teoria de cordas mais simples, contendo apenas elementos classicamente conhecidos, chama-

dos bósons, que descrevem o espaço-tempo, só pode ser definida em 26 dimensões. Pior que isto, ela contém *táquions*, estranhas partículas que viajam a velocidades maiores que a da luz, e foram abandonadas por estas e outras razões.

Ao mesmo tempo, a chamada supersimetria, uma simetria maiúscula que liga bósons e férmions, foi usada para redefinir a teoria de cordas. Acontece que neste caso a dimensão correta da teoria de cordas é dez. Parece melhor. Mas melhor ainda é o fato de que não há *táquions* nestas teorias.

Pois bem, continuemos. As teorias de cordas permitem que definamos certas quantidades associadas à simetria que gostaríamos de prover na própria teoria. Em princípio tal simetria é arbitrária. No entanto, deveríamos, em uma teoria com boa possibilidade de previsão, ter um número pequeno de possibilidades para não cairmos em um tipo de teoria com tanta liberdade que a previsão acabe por ser praticamente eclipsada.

Foi com surpresa que o mundo viu a chamada primeira revolução das cordas quando Michael Green e John Schwarz verificaram que a Mecânica Quântica coloca vínculos sérios na teoria de cordas e que, se impusermos que as teorias não sejam anômalas, a simetria que a corda deve ter poderá ser no máximo de dois tipos. Combinando com certas liberdades de definição das cordas, chega-se à conclusão de que há apenas e tão somente cinco teorias de cordas possíveis: desta maneira, a Mecânica Quântica passa a ter um papel fundamental na formulação da Teoria Universal que inclui a gravitação, levando-nos a uma formulação compacta das Interações Elementares.

M de Mistério

A Teoria de Cordas possui uma formulação muito simples no que diz respeito às interações. Elas se mesclam e se dividem. Há um número pequeno de Teorias de Cordas, já que sua formulação simples termina por ser quase única. A simetria subjacente à teoria tem um número pequeníssimo de possibilidades que levem a uma teoria de campos simples, e não ao que se costumou chamar de *teorias anômalas*. Hoje, após o que se conhece como a primeira revolução da Teoria de Cordas, sabemos que existem cinco tipos de Teorias de Cordas livres de anomalias.

Mesmo havendo um número restrito de possibilidades, esta aparente não unidade conflita com uma interpretação unificadora da natureza. Como uma teoria que se propõe a explicar todas as forças de forma única pode se dividir

em diferentes ramos auto-consistentes? Na década de 90, a busca pela resposta a esta questão ocasionou uma segunda revolução: existem dualidades que relacionam cada ramo da Teoria de Cordas entre si.

As dualidades são equivalências entre formalismos aparentemente distintos. Como um exemplo, para a teoria de cordas não há efetivamente nenhuma diferença se as dimensões compactas possuem um determinado raio R ou se possuem um raio $1/R$. Esse tipo de dualidade, conhecida como dualidade-T, relaciona teorias compactificadas em um raio grande com compactificações em um raio muito pequeno. Acrescidas das demais dualidades (existem ainda as relações de dualidade-U e dualidade-S), tais identificações revelam vínculos entre os diversos tipos de teorias de cordas sugerindo que todas elas possam ser derivadas de uma teoria fundamental em 11 dimensões (novamente uma unificação maior exige uma dimensionalidade ainda maior). Lembramos então de uma antiga citação de um grande Sufi de nome Rumi, que em um contexto completamente diferente disse: *Even though you tie a hundred knots - the string remains one.*

Essa teoria fundamental é conhecida como Teoria-M: M de *matriz* ou de *mãe*. Como muito pouco se conhece a respeito desse formalismo, o mais provável é que a teoria denomine-se dessa forma com M de *mistério*.

Mesmo que o quadro pareça promissor por estarmos possivelmente no rumo correto, a teoria de cordas possui graves problemas. Por um lado há problemas graves em um nível teórico. Só conseguimos trabalhar com o modelo no que se chama de tratamento perturbativo: é como se conhecêssemos apenas os remanescentes de uma grande explosão nuclear e precisássemos descrever o mundo antes dela. O conhecimento dessa teoria misteriosa que unifica as cordas está longe de ser atingido.

Além disso, a aparente unidade da teoria é quebrada ao compactificarmos as dimensões extras. Diferentes maneiras de compactificar implicam em diferentes resultados e devemos entender qual é a forma correta de compactificação para que a teoria preveja resultados testáveis em laboratório. A questão experimental também é grave, já que o teste experimental da Teoria de Cordas ainda não foi feito: suas previsões são de caráter muito difícil de serem detectadas por experiências factíveis com a tecnologia atual.

É certo porém que há um problema com o cenário em dez dimensões. A Teoria de cordas veio em cinco diferentes formas, até que o físico matemático Edward Witten repensou a teoria de cordas em 1995. Ele sugeriu que as cinco formas matemáticas diferentes da teoria eram simplesmente maneiras distintas de se olhar para o mesmo problema através da Teoria M, com uma

nova dimensão. Mas logo foi notado que temos então uma outra implicação: pode existir mais de um universo!

Cosmologia de Branas

Mesmo que estejamos engatinhando na compreensão dos mistérios por trás da teoria de supercordas, suas implicações na cosmologia podem estar associadas a uma nova revolução.

Inspirados na teoria de cordas, os novos modelos cosmológicos para o nosso universo são construídos justamente para a exploração dos efeitos físicos das dimensões extras que a teoria prevê. O quadro dessa nova forma de entender a estrutura e evolução do universo, conhecida também como *cosmologia de branas*, caracteriza-se por estarmos vivendo em uma fatia (uma membrana) de um espaço-tempo com dimensões extras. Somente a gravidade, sendo mediada por cordas fechadas que não possuem pontos extremos fixos nessa brana, pode viajar através dessas dimensões extras. Portanto, apenas utilizando sinais gravitacionais podemos perceber a existência de tais dimensões.

Nesse modelo, é possível até que as dimensões não sejam tão pequenas quanto se esperava. Basta que a gravidade esteja de alguma forma confinada a um espaço suficientemente restrito em torno da brana para que não haja violações da conhecida lei de Newton até as escalas de distâncias em que ela é bem testada (cerca de 1mm). De fato, recentemente, mostrou-se que, se as dimensões forem suficientemente curvadas para confinar a gravidade perto da membrana, elas podem não ser compactas: podem ser infinitas!

Entretanto, mesmo que tais dimensões sejam infinitas, como a gravidade penetra muito pouco nas direções extras, não podemos hoje utilizar sinais gravitacionais para percebermos essa existência. É como se morássemos na superfície de uma mesa muito fina: como estamos acostumados com a grande extensão da mesa, não percebemos sua pequena espessura e efetivamente a mesa aparenta possuir apenas duas dimensões.

Mas a superfície de nossa *mesa* está evoluindo no tempo. O universo está de fato expandindo. Assim, se olharmos para trás, haverá um tempo em que tal superfície é tão pequena que a mesa assemelha-se mais a um cubo: a espessura e largura agora são da mesma ordem de grandeza. Sinais gravitacionais dessa época poderiam carregar a informação de que essas dimensões extras realmente existem!

Testando a Gravidade na Brana

Assim, podemos perguntar se existem outras branas, ou ainda, se talvez exista uma brana do lado daquela que chamamos de nosso universo, uma brana paralela que pode ser chamada de universo paralelo. Porém, tais questões tão complexas fizeram os cientistas pensarem em caminhos para testar a realidade destas predições.

A gravidade é uma das quatro forças fundamentais, mas se distingue das outras três (fraca, forte e eletromagnética) no fato de ser muito mais fraca. Se o nosso universo é de fato uma brana, acredita-se que cada brana deve ter suas próprias leis físicas ditadas pelas cordas que estão ancoradas nela. Mas o que aconteceria se algumas destas cordas forem livres de se movimentar para fora da brana? As cordas responsáveis por controlar o comportamento do gráviton (a partícula que transmite a gravidade) podem ser imaginadas como laços fechados, que por sua forma não estão atados a nenhum universo em particular. São livres para permear outras branas. Assim, a gravidade pode bem ser tão forte quanto as outras forças fundamentais mas, devido à sua habilidade de permear os universos paralelos, ela fica diluída e sua intensidade aparente em nosso universo é muito mais reduzida. Se a teoria estiver correta, então a gravidade poderia ser a única forma que temos para nos comunicarmos com outros universos paralelos, já que é uma força comum a todos os universos e dimensões.

As dimensões extras também podem ser medidas em termos da energia necessária para sonda-las. Uma partícula acelerada a um trilhão de elétronvolts (1 TeV) tem, de acordo com a mecânica quântica, um aspecto de onda com um comprimento de aproximadamente $2 \times 10^{-19}\text{ m}$. Portanto, ela pode explorar facetas do mundo subatômico nesta escala. Dobrar a energia significa ver características de um mundo da metade do tamanho anterior, e assim sucessivamente. Em um acelerador é possível fazer colidir partículas de altas energias e esperar ocasionalmente a produção de um gráviton de uma grande energia que possa escapar às dimensões extras e explora-las, desaparecendo do nosso mundo. Este é o tipo de experimento mais simples que pode ser feito, e se puderem ser eliminadas outras causas para essa perda de energia, então seremos capazes de dizer que achamos uma evidência para a existência das dimensões extras do espaço.

Em um estudo com antenas, Penzias e Wilson, em 1965, observaram a existência de uma radiação de fundo em todo o céu que obedece à distribuição de Planck, com um parâmetro de temperatura T tendo um valor de aprox-

imadamente 3K. Esta descoberta foi fundamental para que se pudesse confirmar experimentalmente a teoria do big-bang. A radiação aqui descrita é chamada de radiação cósmica de fundo e é o resquício dessa grande explosão ocorrida a bilhões de anos.

As evidências que buscamos da alta dimensionalidade podem justamente estar escondidas nas inomogeneidades desses sinais. As observações do satélite COBE, que nos dá a estrutura da radiação cósmica de fundo, 300.000 anos após a explosão inicial, podem portanto revelar os indícios que comprovariam a existência de dimensões extras, já que tal radiação carrega informação de uma era remota quando os efeitos gravitacionais da alta dimensionalidade eram macroscópicos.

A detecção de eventos relacionados com a existência de um número maior de dimensões sem dúvida seria uma das maiores descobertas da humanidade. Não só colocaria a Teoria de Cordas e suas implicações em um patamar mais concreto como teoria física, como seria forte indício de que a natureza talvez conheça e faça uso de nossos próprios ideais de beleza!

Se há uma essência por trás de tanta simetria, não sabemos. Provavelmente saberemos apenas que sentido tal beleza pode conferir às nossas próprias vidas. Afinal, como certa vez Henri Poincaré afirmou, *o cientista não estuda a natureza porque ela é útil; estuda-a porque se delicia com ela, e se delicia com ela porque ela é bela. Se a natureza não fosse bela, não valeria a pena conhecê-la e, se não valesse a pena conhecer a natureza, não valeria a pena viver.*

Outros Modelos e Idéias

Um dos modelos pioneiros do mundo brana é aquele pensado por Nima Arkani-Hamed, Savas Dimopoulos e Gia Dvali. Eles se concentraram em procurar uma forma que a gravidade se tornasse comparável em intensidade às outras forças à energia de 1 TeV . Conseguiram este objetivo supondo dimensões extras do tamanho de 1 mm . Existe um fato no registro científico que faz esta suposição factível. Enquanto que as outras forças da natureza têm sido verificadas até a ordem de 10^{-19} m , a gravidade só tem sido verificada até a ordem milimétrica.

Como foi dito anteriormente, a teoria de cordas dita que qualquer dimensão extra fora da brana afeta somente a gravidade. Em outras palavras, somente a força mediada pelos grávitons pode viajar no espaço-tempo além

da brana deixando o resto das forças confinadas à brana. Qualquer dimensão extra afetando a gravidade deve então alterar a lei do inverso do quadrado de Newton, que diz que todos os objetos são atraídos um pelo outro com uma força que é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles. O grupo de Arkani-Hamed, Dimopoulos e Dvali estimou que uma só dimensão extra modificaria a lei de Newton na escala de 100 milhões de quilômetros, aproximadamente a distância entre a Terra e o Sol. Mas sabemos que esta opção não é possível já que a órbita da Terra obedece à lei do inverso do quadrado. Se existissem duas dimensões extras, porém, elas modificariam a lei de Newton na escala de $0,1$ a 1 mm , comprida o suficiente para ser detectada, mas pequena demais para ser testada hoje pela lei do inverso do quadrado. Com mais dimensões extras, a escala vai se encolhendo abaixo da escala milimétrica.

Outro modelo importante descrevendo uma dimensão extra foi proposto por Lisa Randall e Raman Sundrum. Eles consideraram uma só dimensão extra e que pode ser ainda infinita. O argumento é que a tal dimensão seja curva o suficiente para confinar a gravidade por perto da brana. Mas sendo assim, hoje não seria possível utilizar sinais gravitacionais para percebermos a dimensão extra. No entanto podemos usar o fato do universo estar se expandindo. Assim, se olharmos para trás, haverá um tempo em que todas as dimensões tinham um comprimento comparável e os sinais gravitacionais daquela época poderiam carregar a informação de que essas dimensões extras, seja uma única ou sejam várias, realmente existem.

Atalhos Gravitacionais

Como sabemos, a luz é de radiação eletromagnética e, em um modelo de branas, as cargas e os campos devem se propagar somente na brana. Assim, não existiria forma de sondar as dimensões extras usando a luz, mesmo que essas dimensões fossem infinitas. Como foi dito anteriormente, o único caminho seria olhar para qualquer comportamento suspeito da gravidade.

Na cosmologia usual, devido à expansão do universo e ao fato de a velocidade da luz ser finita, escalas que hoje estão em contato causal não estiveram assim no passado. O alto grau de homogeneidade do universo visível em larga escala é conhecido como problema do horizonte. Já que a fração do universo hoje observável foi maior que o alcance dos fótons em um tempo anterior, como explicar que o universo hoje seja homogêneo mesmo sem nunca ter

estado em contato causal? Na cosmologia padrão introduz-se uma fase de expansão acelerada conhecida como *inflação* para contornar esta dificuldade. Na cosmologia do mundo-brana, sinais gravitacionais encontrariam atalhos através das dimensões extras suficientemente efetivos para que seu alcance fosse maior que a fração do universo observável, levando desta forma informação entre pedaços não conectados por sinais de luz.

O Big Bang

A teoria de cordas, que hoje se tornou teoria M, está dando lugar a uma revolução na forma como concebemos o Cosmos. Mas o que ela tem a dizer sobre como tudo começou? A teoria do *Big Bang* é até hoje a mais aceita para descrever o começo do universo.

Atualmente, alguns cientistas acreditam na idéia de que o big bang seja uma manifestação da colisão de branas. Desta maneira, o big bang está longe de ser único. Os big bangs são somente um produto dos ciclos sem fim dentro do cosmos. Eles aconteceram antes, e acontecerão de novo.

Há poucos anos Paul Steinhardt e Neil Turok propuseram uma teoria descrevendo esta colisão de branas sob o nome de *universo cíclico*. Neste cenário, o espaço e o tempo existiram sempre. O big bang não é o começo do tempo, é somente uma ponte a uma era anterior de contração. O universo sofre uma seqüência interminável de ciclos nos quais ele se contrai em um “big crunch” e reemerge em um big bang de expansão, com trilhões de anos de evolução.

O modelo cíclico recupera todas as predições de sucesso das teorias do big bang e inflação, e ainda tem suficiente poder preditivo para direcionar muitas questões que estes modelos não souberam responder: o que aconteceu na singularidade inicial? Qual o destino do universo? O tempo existiu antes do big bang ou depois do big crunch?

Neste modelo cada ciclo prossegue através de um período de domínio da radiação e outro da matéria, consistente com a cosmologia padrão. Para os próximos trilhões de anos ou mais, o universo sofre um período de lenta aceleração cósmica e provoca os eventos que conduzem à contração e ao big crunch. A transição do big crunch ao big bang automaticamente preenche o universo criando nova matéria e radiação. A gravidade e a transição do big crunch ao big bang mantém os ciclos eternamente. Esta transição é devida ao colapso, oscilação e re-expansão de uma das dimensões extras. Por

exemplo, numa variante da teoria M, o universo consiste de duas branas que limitam a dimensão extra, e a singularidade corresponde a uma colisão e o pulo sucessivo das duas branas. Este cenário foi precedido pelo *modelo ekpirótico*, proposto pelos mesmo autores junto a J. Khoury e B. Ovrut, que falava da possibilidade de criar o universo do colapso único da dimensão extra. O modelo cíclico é construído sobre estas idéias para produzir uma nova visão com um grande poder preditivo e explicativo.

Dispersando o mito de que o big bang é o começo do espaço e do tempo, a teoria de cordas abre novas possibilidades para a história cosmológica do universo.

Conclusão

É claro que, para que a teoria de cordas seja um sucesso matemática e experimentalmente, é necessário haver uma mudança radical da forma como vemos o universo. Porém, é importante ter em mente que a teoria de cordas com todas suas conseqüências bizarras, está baseada mais no pensamento que no experimento.

No entanto, ela não é diferente das idéias revolucionárias de Einstein há quase um século, e suas idéias foram logo demonstradas como fato científico. Naquele tempo, a relatividade especial e a geral foram formas científicas de pensar bastante novas e excitantes que nos empurraram dentro de novos mundos do entendimento. A teoria de cordas bem poderia fazer o mesmo em um futuro não muito longínquo.

O certo, no entanto, é que a busca por uma Teoria que inclua os dois grandes pilares da física moderna, a Relatividade Geral e a Mecânica Quântica, não pode parar, e apenas uma formulação conjunta destas vertentes teóricas poderá dar à física o caráter de uma ciência presente em todos os aspectos físicos do Universo.

Teoria Quântica da Gravitação

Há tão grandes dificuldades em se formular uma Teoria Quântica da Gravitação, que não poucas vezes chegou-se a sugerir que a gravitação talvez jamais devesse ser quantizada, permanecendo um capítulo clássico à margem do desenvolvimento da teoria geral de campos e partículas.

De fato, apenas pensarmos em uma gravitação quântica já nos demanda uma reestruturação da geometria. Ademais, uma teoria de campos gravitacionais quantizados não é consistente devido a quantidades infinitas que não podem ser absorvidas em constantes experimentais. O chamado problema da renormalização de uma teoria de campos, que *cura* os infinitos que aparecem devido ao caráter operacional dos campos quantizados, não pode ser resolvido em teorias de campos que contenham a gravitação. Diz-se que a gravitação é uma teoria *não renormalizável*.

Desta maneira, a antiga meta já antevista por Einstein, de se obter uma teoria unificada dos campos, que foi obtida para as outras interações no decorrer das últimas décadas do século XX, encontra uma alta barreira exatamente na teoria da gravitação que podemos chamar a *menina dos olhos* da física fundamental.

Várias tentativas foram iniciadas. Em particular, foi tentada a introdução da nova simetria relacionando bósons e férmions, a supersimetria.

Entrementes, havia uma teoria iniciada no final dos anos sessenta que pretendia chegar à compreensão da teoria das interações fortes, com uma alternativa às teorias de campo: era a chamada teoria dual, que tinha poucos elementos dinâmicos e basicamente tratava de simetrias. Mostrou-se posteriormente que a teoria dual podia ser descrita por um objeto filamentar percorrendo livremente o espaço-tempo, sendo o único vínculo o fato de fazê-lo descrevendo uma superfície de área mínima - equivalente a um princípio de mínima ação.

Certas manobras de consistência teórica levam a vínculos que só podem ser descritos de modo simples em um espaço de 26 dimensões (25 de espaço e 1 de tempo). Uma corda supersimétrica foi obtida, desta vez em 10 dimensões (9 de espaço e 1 de tempo).

Apesar do problema tornar-se difícil demais para seu uso em teorias de força nucleares, para as quais, no início dos anos setenta, foi demonstrada a melhor utilidade da Cromodinâmica Quântica, uma generalização *colorida* do eletromagnetismo, passou-se a utilizar a teoria de cordas no contexto de uma teoria unificada dos campos quantizados. Isto se deve a alguns fatos, dentre os quais destacamos haver, na teoria de cordas, no limite de teorias de campos, basicamente dividindo-se a corda em modos normais, uma partícula de massa zero e spin 2, que foi interpretada como o gráviton, acomodando portanto a gravitação e mesmo sua versão quântica!

As teorias de cordas têm uma formulação muito simples no que diz respeito à sua interação. Elas se mesclam e se dividem, tal como sugerimos

Figura 10.9: *Espalhamento de cordas.*

na figura (10.4). Há um número pequeno de teorias de cordas, já que sua formulação simples termina por ser quase única. Isto advém de um fato que gerou a chamada primeira revolução das cordas. É que a simetria subjacente tem um número pequeníssimo de possibilidades que levem a uma teoria de campos simples, e não ao que se costumou chamar de *teorias anômalas*.

Mais recentemente, acharam-se novas simetrias, desta vez interligando as poucas e ainda diferentes teorias de cordas. Esta classe de simetrias foi de modo geral chamada de dualidade. Esta gerou a segunda revolução das teorias de cordas. Ela traz a suspeita de que haja uma única teoria dita teoria M , possivelmente em 11 dimensões, que gera as poucas e diferentes teorias de cordas ao mesmo tempo.

Como a Teoria de Cordas contém a Teoria da Gravitação, além das outras teorias de campos, ela se torna a candidata natural à Teoria Unificada dos Campos Quantizados.

Resta-nos, então, olhar para as consequências e expectativas que possam ser comprovadas ou que poderiam nos levar a consequências ainda mais profundas, modificando nossa visão de mundo.

Deste modo, assim como em todas as descrições acima, chegamos à conclusão que a teoria de cordas apresenta uma notável unificação. Poderíamos resumir o que dissemos com uma antiga citação de um grande Sufi de nome Rumi, que em um contexto completamente diferente, disse: *Even though you tie a hundred knots - the string remains one.*

Consequências e Expectativas

Nossos olhos passam então a questões que possam nos dar indicações de que compreendemos a estrutura do universo e suas leis. O fato experimental que nos pode levar à estrutura do universo em larga escala a partir de primeiros princípios são as observações do satélite COBE que nos dá a estrutura da radiação cósmica de fundo, 300.000 anos após a explosão inicial. Se pudermos seguir a evolução das inomogeneidades observadas, talvez possamos chegar

Figura 10.10: *A Criação de novos universos na teoria de cordas.*

às estruturas vistas hoje. Esta evolução terá como ingrediente essencial a Teoria da Relatividade Geral.

Seguindo um pouco mais adiante, gostaríamos de saber as demais consequências da Mecânica Quântica diretamente sobre a Relatividade Geral, tal como discutimos. O estudo de buracos negros é a maneira mais direta de se chegar a uma compreensão mais profunda, não somente da Relatividade Geral Clássica mas principalmente de uma Teoria Quântica da Gravitação. Isto se deve à observação de que há leis para a dinâmica de buracos negros inerentes a Relatividade Geral, que são idênticas às Leis da Termodinâmica, uma vez que indentifiquemos a entropia termodinâmica com a área do buraco negro dividida por quatro vezes a constante de Newton. Tal identificação terá papel fundamental em processos puramente quânticos envolvendo a evaporação dos buracos negros. Mais recentemente, a relação da entropia de um sistema cosmológico arbitrário com a área que cerca este mesmo sistema é vista como uma relação fundamental, o chamado princípio holográfico, que requer que a relação entre a entropia e a área seja sempre menor que o inverso do quádruplo da constante de Newton.

Tal relação é natural em certas teorias de cordas, e representaria um avanço teórico muito importante. Além disto, estaríamos em direção a uma completa quantização de toda a natureza incluindo o cosmo. Isto nos indica uma mudança mandatória dos conceitos, já que o observador é agora interno ao objeto quântico a ser estudado. Coloca-se então a pergunta: podem-se criar universos em processos quânticos análogos aos de formação de partículas elementares? Podem tais universos, incluindo o nosso, desaparecer em um processo quântico? Afinal, uma Teoria de Campos Quantizados prevê, e até mesmo requer, que tais processos ocorram, e eles de fato ocorrem com frequência no âmbito de partículas elementares. Deveríamos então poder calcular a função de onda do universo!

No contexto de teorias inflacionárias já se mostrou natural tal criação de universos. Agora poderíamos ter processos tais como na figura (10.4).

10.5 Conclusões

Chegamos finalmente ao ponto onde ciência e filosofia imergem em preocupações atávicas do homem. Passamos das preocupações práticas, técnicas e úteis em nossa vida diária colocadas pela física e realizadas pela tecnologia, a preocupações cada vez mais teóricas e especulativas.

Em primeiro lugar são misteriosas a origem e a estrutura da geometria do espaço-tempo. Uma geometria quântica não tem mais funções simples representando o espaço, mas operadores quânticos, e sua interpretação já não é mais tão simples. Mais ainda, no âmago da gravitação quântica, em buracos negros e a altíssimas temperaturas, é essencial que consideremos todas as partículas e interações, que são geradas em números infinitos nas teorias de cordas. Sobretudo, podem ainda intervir as dimensões extras das teorias de cordas, ou ainda outras das teorias M , colocando a complexidade do problema em patamares ainda mais altos. Prevêem alguns que as dimensões extras já se encontram em regiões próximas às observações. De todo modo, sua presença passou a ser bastante provável no âmbito de Teorias Gerais de Campo Quantizados, e a velha idéia de Kaluza e Klein dos anos 20 passa a fazer parte de um ideário quase cotidiano, onde outras dimensões passam a ser ubíquas.