Quebra Espontânea de uma Simetria Global

110

Consideremos uma teoria escalar com:

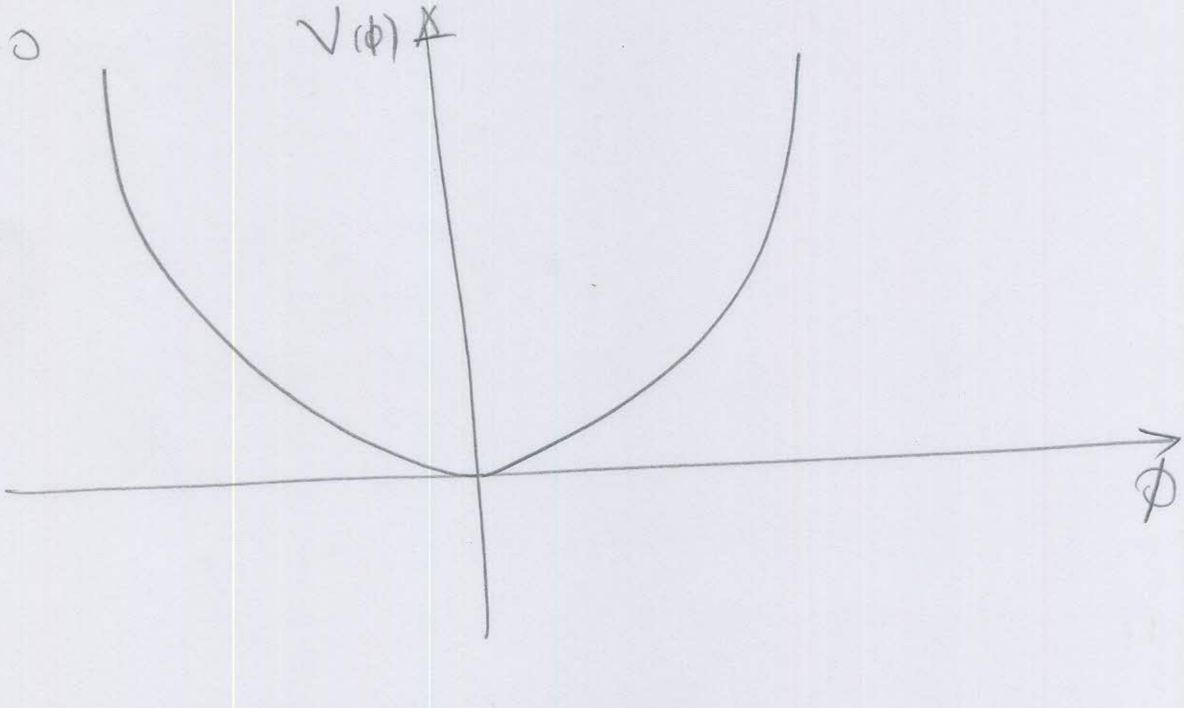
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - V(\phi)$$

Com o potencial definido por

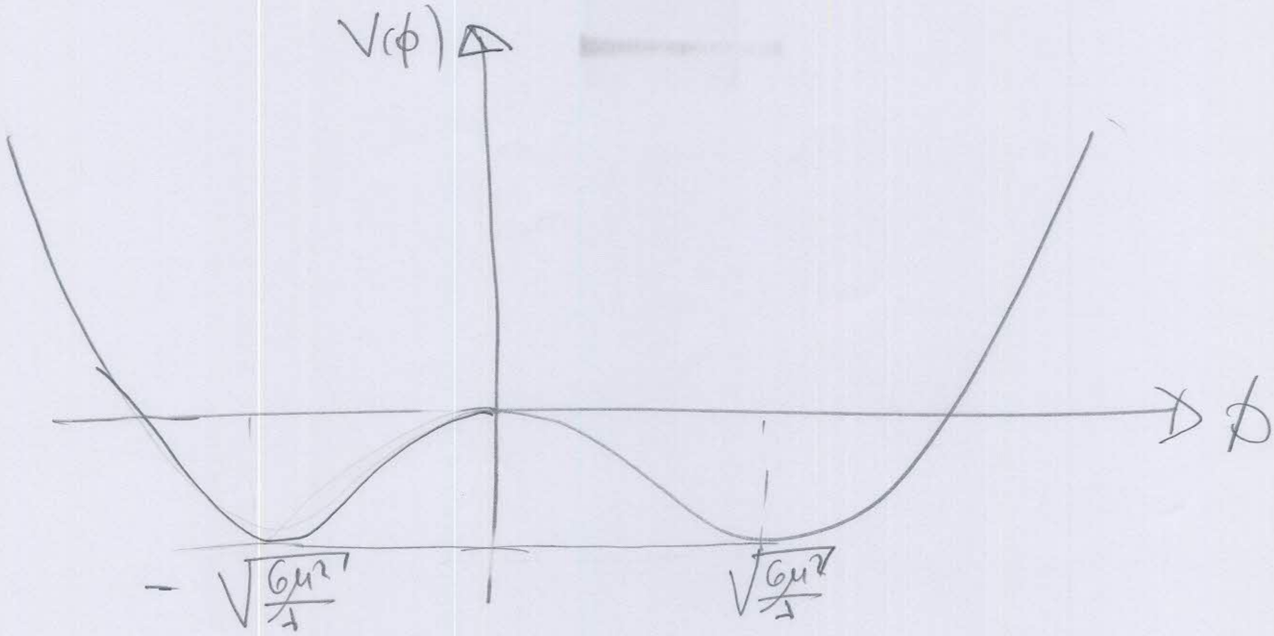
$$V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

"Classicamente", podemos pensar que $V(\phi)$ tem um mínimo no "vácuo". Por exemplo, a nível árvore, podemos ver que o mínimo de $V(\phi)$ (com $m^2>0$, $\lambda>0$) é $\phi=0$



A interpretação é que no mínimo de $V(\phi)$ não existem "quanta" de ϕ. O simplesmente que a energia é zero (fora energia cinética).

Porém, se $m^2<0$, $\lambda>0$



$V(\phi)$ não tem um mínimo em $\phi=0$.

$$V = \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \equiv -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4$$

com $\mu^2 = -m^2 > 0$

$$\to \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi^2} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\mu^2 + \frac{\lambda}{12}\phi_{min}^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_{min}^2 = \frac{6\mu^2}{\lambda}} \equiv v^2$$

Os dois mínimos são degenerados.

$\Rightarrow$ { Qual o verdadeiro mínimo? Qual o "vácuo" da teoria? }

Simetria

A Lagrangeana tem uma simetria discreta

$$\phi \to -\phi$$

Por exemplo, essa simetria "proíbe" (é a razão para não ter) o termo ϕ^3, por exemplo.

$\phi = 0$ é um mínimo de $V(\phi)$ que respeita

$\phi \to -\phi$. $(\phi_{min} \to -\phi_{min})$

Mas $\phi^2_{min} = \frac{6\mu^2}{\lambda} \Rightarrow \phi_{min} = \pm\sqrt{\frac{6\mu^2}{\lambda}}$

Temos que escolher <u>UM</u> dos vácuos degenerados.

$\Rightarrow$ { Simetria discreta é "<u>espontaneamente</u>" quebrada }

Precisamos escolher um dos vácuos ($\pm v$)
para expandir aredor dele (eg criação de partículas)

Eg: expandir aredor de $\boxed{\phi(x) = +v}$

$$\Rightarrow \quad \phi(x) = v + \sigma(x)$$

onde $\sigma(x)\Big|_{min} = 0$

<u>Jargon</u>: se consideramos o mínimo como o vácuo

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \langle 0|\phi(x)|0\rangle = v \\ \Rightarrow \quad \langle 0|\sigma(x)|0\rangle = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2}\mu^2(\sigma + v)^2 - \frac{\lambda}{24}(v+\sigma)^4$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2}\mu^2(\sigma^2 + 2\underline{\underline{v\sigma}} + v^2)$$

$$- \frac{\lambda}{24}\left(v^4 + 6v^2\sigma^2 + 4v\sigma^3 + 4\underline{\underline{v^3\sigma}} + \sigma^4\right)$$

<u>Mas</u> usando $v^2 = \frac{6\mu^2}{\lambda}$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)\mu^2\sigma^2$$

$$+ \mu^2 v\sigma - \frac{\lambda}{6}\left(\frac{6\mu^2}{\lambda}\right)v\sigma$$

$$- \frac{\lambda}{6}v\sigma^3 - \frac{\lambda}{4!}\sigma^4 + \text{termos constantes}$$

(cos. constant!)

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}(2\mu^2)\sigma^2 - \frac{\lambda}{6}v\sigma^3 - \frac{\lambda}{4!}\sigma^4 + \text{termos constants}}$$

$$m_\sigma = \sqrt{2}\,\mu$$

Lagrangiana em termos de $\sigma(x)$ não possui $\underline{\sigma(x) \to -\sigma(x)}$!
MAS simetria $\phi(x) \to -\phi(x)$ ainda é implícita.

Simetrias Globais Contínuas

Teorema de Noether (Clássicamente!)

Por cada (Simetria contínua) em $\mathcal{L}(\phi_i, \partial_\mu \phi_i)$ existe

uma corrente conservada J^μ /

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

$$\Rightarrow \quad \text{Se} \quad Q \equiv \int d^3x \, J^0$$

$$\Rightarrow \quad \left\{ \frac{dQ}{dt} = 0 \right\}$$

Para ver isso:

$$\frac{dQ}{dt} = \int d^3x \, \partial_0 J^0 = -\int d^3x \, \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \int_\infty d\vec{S} \cdot \vec{J} = \underset{J \to 0 \text{ no } \infty}{\underbrace{0}}$$