

## Mecânica Quântica II

### Lista 5

1. Partindo da parametrização da função de onda

$$\psi(x) = A(x)e^{i\phi(x)} ,$$

onde  $A(x)$  e  $\phi(x)$  são funções reais, ache as equações diferenciais que  $A(x)$  e  $\phi(x)$  devem satisfazer para  $\psi(x)$  ser uma solução da equação de Schrödinger.

2. Obtenha  $\psi(x)$  assumindo que  $A(x)$  é uma função que varia lentamente com  $x$ . O que isso implica para a energia potencial  $V(x)$  ?
3. Considere o potencial

$$V(x) = \begin{cases} F(x) , & 0 \leq x \leq a \\ \infty & x < 0, \quad x > a \end{cases}$$

onde  $F(x)$  é uma função arbitrária de  $x$ , mas que varia suavemente. Obtenha a condição general que as energias dos estados ligados devem satisfazer.

4. Considere o modelo de Gamov de decaimento alpha. Assumindo um poço de potencial nuclear de profundidade  $V_0$ , e um estado final de uma partícula alpha mais um núcleo de  $Z$  prótons

- (a) Obtenha a probabilidade de tunelamento para uma partícula alpha.
- (b) Calcule a vida média do  $U^{238}$  e do  $Po^{212}$ , através de seus decaimentos alpha. Para isso aproxime o raio do núcleo ( $r_0$ ) como

$$r_0 \simeq (1\text{fm} \times A^{1/3}) ,$$

onde  $1\text{fm} = 10^{-15}m$  é o raio aproximado de um núcleon (próton ou neutron), e  $A$  é o correspondente número atômico. Por exemplo para  $U^{238}$   $Z = 92$  e  $A = 238$ , entanto que para  $Po^{212}$ ,  $Z = 84$  e  $A = 212$ . Lembre que a energia da partícula alpha pode ser deduzida de

$$E = m_i c^2 - m_f c^2 - m_\alpha c^2 ,$$

onde  $m_i$  e  $m_f$  são as massas do núcleo inicial e final respectivamente. Expresse as massas em unidades atômicas:  $1 \text{ua} = 931 \text{MeV}/c^2$ , e portanto nessas unidades as massas podem ser aproximadas por  $A$  vezes  $931 \text{MeV}$ . Para estimar a velocidade da partícula alpha dentro do núcleo inicial, podemos usar a fórmula não relativista

$$E = \frac{1}{2} m_\alpha v^2 .$$