Mecânica Quântica I

Lista 9 - Átomo de Hidrogênio

1. Partindo da forma da função de onda radial

$$R_{n\ell}(r) = \frac{u(r)}{r} \ ,$$

e escrevendo

$$u(\rho) = \rho^{\ell+1} e^{-\rho} F(\rho) \ ,$$

com $\rho = \kappa r$ e $\kappa^2 = -2mE/\hbar^2$,

   (a) Obtenha a equação recursiva para os coeficientes a_s da expansão

$$F(\rho) = \sum_{s=0}^{\infty} a_s \rho^s \ .$$

   (b) Qual a condição que deve ser imposta à expansão ? Como ela determina os autovalores da energia ? Mostre o calculo deles em detalhe.

2. Obtenha as funções de onda radiais $R_{3\ell}$ para $\ell = 0, 1, 2$ usando a relação recursiva para os coeficientes da expansão de $F(\rho)$.

3. Usando a relação recursiva ache $R_{52}(r)$.

4. Calcule os valores esperados $\langle r \rangle$ e $\langle r^2 \rangle$ no estado fundamental do hidrogênio. Escreva a resposta em termos do raio de Bohr. Calcule também $\langle x \rangle$ e $\langle x^2 \rangle$ onde $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Use argumentos de simetria.

5. Calcule $\langle x^2 \rangle$ no estado $|2, 1, 1\rangle$. (Dica: use $x = r \sin\theta \cos\phi$.)

6. Um átomo de hidrogênio encontra-se em $t = 0$ no estado dado por

$$\Psi(\mathbf{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_{211} + \psi_{21-1} \right) \ ,$$

onde ψ_{211} e ψ_{21-1} são as funções de onda correspondente aos autoestados $|n = 2, \ell = 1, m = 1\rangle$ e $|n = 2\ell =, 1, m = -1\rangle$ respetivamente.

   (a) Obtenha $\Psi(\mathbf{r}, t)$.

   (b) Calcule o valor esperado do potencial, $\langle V \rangle$. Depende de t ? Porque ?