

Introdução à Física de Partículas

Prof. Gustavo Burdman

Lista 5

1. Os nucleons são objetos de isospin $I = 1/2$. Considere os estados de dois nucleons. Começando com o estado de dois neutrons $|1, -1\rangle = nn$, construa os outros possíveis estados utilizando o operador escada \hat{t}_+ . Obtenha também o singleto de isospin $I = 0$.
2. O deuteron é um estado ligado de um neutron e um próton. Sabemos que seu isospin é $I_d = 0$, ou seja ele é um singleto de isospin. Considere os processos de espalhamento

$$(a) \quad p + p \rightarrow d + \pi^+$$

$$(b) \quad p + n \rightarrow d + \pi^0$$

$$(c) \quad n + n \rightarrow d + \pi^-$$

Mostre que as seções de choque respeitam as razões

$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2$$

3. Considere os bárions Δ , de isospin $I = 3/2$ e spin $s = 3/2$.

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta^- & \Delta^0 & \Delta^+ & \Delta^{++} & & & \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \longrightarrow & & \\ -3/2 & -1/2 & +1/2 & +3/2 & & & I_3 \end{array}$$

Dado que as interações fortes preservam isospin, todos os estados acima são iguais em relação a elas. Desta forma, se consideramos os estados de isospin $I = 1$ π e o nucleon N , as transições mediadas pelas interações fortes podem ser escritas como

$$\mathcal{M}(\Delta \rightarrow \pi N) = \langle \pi N | H_{\text{strong}} | \Delta \rangle$$

Sabendo que o $\Delta^- \sim ddd$ corresponde a o estado de $(I, I_3) = (3/2, -3/2)$ obtenha as razões dos decaimentos do Δ

$$\Gamma(\Delta^- \rightarrow \pi^- n) : \Gamma(\Delta^0 \rightarrow \pi^- p) : \Gamma(\Delta^0 \rightarrow \pi^0 n) : \Gamma(\Delta^+ \rightarrow \pi^+ n) : \Gamma(\Delta^+ \rightarrow \pi^0 p) : \Gamma(\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p)$$

Dica: Começando com a amplitude $\Delta^- \rightarrow \pi^- n$, e notando que esse estado corresponde a $(3/2, +3/2) \rightarrow (1, -1) * (1/2, -1/2)$, obtenha as outras amplitudes utilizando o operador escada \hat{t}_+ aplicado sucessivamente.

4. Considere a Lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} i \gamma^\mu \tilde{D}_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi .$$

Se impomos invariância de gauge $SU(N)$, os férmions se transformam segundo

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha^a t^a} \psi \quad (\simeq 1 + i\alpha^a t^a \psi) ,$$

onde t^a são os geradores de $SU(N)$, os parâmetros $\alpha^a(x)$ dependem da posição, e $a = 1, 2, \dots (N^2 - 1)$. Os geradores são matrizes de $N \times N$, unitárias e de trazo nulo, e satisfazem as regras de comutação

$$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c ,$$

onde os f^{abc} são números chamados de constantes de estrutura. Se a derivada covariante é

$$D_\mu = \partial_\mu - ig t^a A_\mu^a ,$$

obtenha as transformações de gauge dos campos A_μ^a .

(Dica: Basta trabalhar com uma transformação de gauge infinitesimal para ψ .)

5. **Caso Geral**: Vamos verificar a invariância de gauge da Lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}] + \bar{\psi} (i \not{D} - m) \psi$$

onde $D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu$, $A_\mu \equiv A_\mu^a t^a$, e os t^a são os geradores do grupo não-abeliano. As transformações de gauge são:

$$\psi'(x) = U(x)\psi(x), \quad A'_\mu(x) = U A_\mu(x) U^{-1} - \frac{i}{g} (\partial_\mu U(x)) U(x)^{-1}$$

(a) Mostre que com essa transformação para $A_\mu(x)$, obtemos que a transformação da derivada covariante é $(D_\mu \psi)' = U D_\mu \psi$.

(b) Defina $F_{\mu\nu}$ pela igualdade $[D_\mu, D_\nu] \psi = ig F_{\mu\nu} \psi$. Mostre que $[D'_\mu, D'_\nu] \psi' = ig F'_{\mu\nu} \psi' = U (ig F_{\mu\nu} \psi)$, e que por tanto $F'_{\mu\nu} = U F_{\mu\nu} U^{-1}$.

(c) Verifique que $\mathcal{L}(\psi', \bar{\psi}', A'_\mu) = \mathcal{L}(\psi, \bar{\psi}, A_\mu)$.

(d) Mostre que

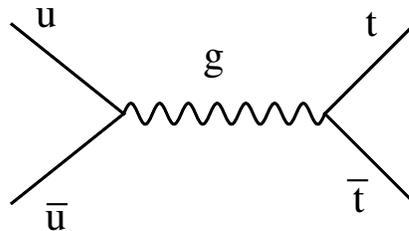
$$F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a t^a = (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c)$$

onde f^{abc} é definido por $[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$.

6. *Desenhe todos* of diagramas de Feynman que contribuem para $g g \rightarrow g g$, na primeira ordem em teoria de perturbações (ordem g^2). O mesmo para $g g \rightarrow t \bar{t}$, onde t é o quark top.

7. **Produção de quarks top em QCD:**

a) Escreva a amplitude para produção de pares de quarks top a partir de quarks up no proton: $u \bar{u} \rightarrow t \bar{t}$.



b) Calcule a seção de choque diferencial $d\sigma/d\Omega$.

8. (a) Desenhe todos os possíveis diagramas de Feynman em primeira ordem em teoria de perturbações da QCD para a produção de um par $t\bar{t}$, de quarks top e anti-top.

(b) Escreva a seção de choque de produção de pares $t\bar{t}$, $\sigma(p + p \rightarrow t + \bar{t} + X)$, em termos das funções de distribuição partônica adequadas.