Introdução à Física de Particulas

Prof. Gustavo Burdman

Lista 1

1. Mostre que a invariância do intervalo entre dois eventos $(t^2 - |\vec{x}|^2)$ sob tranformações de Lorentz é satisfeita se definimos o 4-vetor posição $x^\mu \equiv (t; \vec{x})$, tal que

$$x^\mu = \Lambda^\mu_\nu \, x^\nu$$

onde definimos as transformações de Lorentz como Λ^μ_ν. A transformação de Lorentz inversa definida por $x^\nu = \Lambda^\nu_\mu \, x'^\mu$, satifaz

$$\Lambda^\nu_\mu \, \Lambda^\mu_\nu = 1$$

2. Mostre que o diferencial de volume no espaço de Minkowski, definido por $d^4x \equiv dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$, é invariante sob transformações de Lorentz.

3. A métrica do espaço de Minkowski é dada por

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} ,$$

   (a) Mostre que o intervalo corresponde ao produto interno ao quadrado do 4-vetor posição definido por $x.x \equiv x^\mu g_{\mu\nu} x^\nu$.

   (b) Mostre que, se definimos o 4-vetor covariante $x_\mu \equiv (t; -\vec{x})$, podemos escrever $x.x = x^\mu x_\mu$.

   (c) Verifique que $x_\mu = g_{\mu\nu} \, x^\nu$, e que $x^\mu = g^{\mu\nu} \, x_\nu$.

4. Mostre que, se definimos o 4-vetor corrente $J^\mu \equiv (\rho; \vec{j})$, com ρ e $\vec{j}$ a densidade de carga e corrente respetivamente, a equação de continuidade é equivalente a

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

5. Considere o decaimento $A \to 1 + 2$. Mostre que a massa da partícula A pode ser escrita como

$$M_A^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 E_2 (1 - \beta_1 \beta_2 \cos\theta) ,$$

onde m_1,E_1,β_1 e m_2, E_2, β_2 são as massas, energias e velocidades das partículas 1 e 2 respetivamente, e θ é o ângulo entre elas.

6. Considere o seguinte processo de colisão de dois protons,

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p},$$

onde $\bar{p}$ se refere a anti-protons (i.e. com a mesma massa m_p).

(a) Se definimos a grandeza

$$s = (p_1 + p_2)^\mu (p_1 + p_2)_\mu = (p_1 + p_2)^2$$

onde p_1^μ e p_2^μ sao os 4-vetores momento dos protons no estado inicial do processo, provar que s é invariante de Lorentz.

(b) No sistema referencial onde um dos protons está em repouso, calcule a *minima* energia do outro proton para que o processo acima seja possível. (Dica: Usar o resultado do ponto (a), calculando s no centro de massas.)