Introdução à Física de Particulas

Prof. Gustavo Burdman

Lista 8

1. **Mecanismo de Higgs: Caso $U(1)$**: Considere uma teoria de gauge $U(1)$ com acoplamento g. Um campo escalar complexo ϕ (ou seja, carregado respeito de $U(1)$) tem a lagrangeana:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger D^\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \ ,$$

onde a derivada covariante é dada por $D_\mu \phi = (\partial_\mu - i\, g\, A_\mu)\phi$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ e o potencial é dado por

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\frac{m^2}{2} \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{4} \left(\phi^\dagger \phi\right)^2$$

   (a) Mostre que a minimização do potencial quebra a simetria espontaneamente, e que o bóson de gauge A_μ adquire uma massa $M_A = \sqrt{2}\, g\, v$, onde $v = m^2/\lambda$.

   (b) No gauge unitário, obtenha a massa do escalar real remanescente.

2. **Modelo Padrão (MP)**: No MP, o bóson de Higgs é um dobleto de $SU(2)_L$ com hipercarga $Y_\phi = 1/2$. Isto fixa completamente as suas interações de gauge. O termo cinético é dado por

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi \ ,$$

com

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

A derivada covariante atuando no Higgs é

$$D_\mu \Phi = (\partial_\mu - igt^a A^a_\mu - ig' Y_\phi\, B_\mu)\Phi$$

onde $t^a = \sigma^a/2$ são os geradores de $SU(2)_L$. Será de utilidade notar que

$$A^a_\mu \sigma^a = \begin{pmatrix} A^3_\mu & A^1_\mu - iA^2_\mu \\ A^1 + iA^2_\mu & -A^3_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^3_\mu & \sqrt{2}W^+_\mu \\ \sqrt{2}W^-_\mu & -A^3_\mu \end{pmatrix} \ .$$

No gauge unitário, o Higgs pode ser escrito como

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \ , \end{pmatrix}$$

Escrevendo o termo cinético do Higgs em termos do campo h:

(a) Identifique a combinação linear de A^3_μ e B_μ corretamente normalizada, Z_μ, que adquire massa. Escreva os acoplamentos como $g = e/\sin\theta_W$, $g' = e/\cos\theta_W$.

(b) Mostre que $M_W = gv/2$ e que $M_Z = g_Z v/2$ com $g_Z = e/(\cos\theta_W \sin\theta_W)$.

(c) Derive as regras de Feynman para os acoplamentos W^+W^-h e ZZh. (Dica: aqui as regras de Feynman são derivadas diretamente de $i\mathcal{L}$).

3. **Massas dos Férmions**:

   (a) Mostre que o seguinte termo de interação do dubleto Φ com os férmions F_L e f_R (onde F_L é um dubleto de $SU(2)_L$ e f_R é um singleto)

   $$\mathcal{L}_f = -Y_f \, \bar{F}_L \, \Phi \, f_R + \text{h.c.} \ ,$$

   é invariante de gauge para todos os férmions do MP. Na expressão anterior, Y_f é um acoplamento adimensional que varia de férmion em férmion.

   (b) Mostre que depois da quebra da simetria eletrofraca, os férmions obtem massas

   $$m_f = Y_f \, \frac{v}{\sqrt{2}}$$