Introdução à Física de Particulas

Prof. Gustavo Burdman

Lista 4

1) Calcule a seção de choque diferencial $d\sigma/dcos\theta$ para o espalhamento escalar $e^-e^+ \to e^-e^+$, onde θ é o ângulo que o elétron no estado final forma com a direção do elétron no estado inicial.

a) Escreva o resultado em termos das variáveis de Mandelstam s, t e u.

b) No referêncial centro de massas, escreva a seção de choque em termos do módulo do momento do elétron inicial, a massa do elétron e o ângulo θ.

2) Mostre que se ψ é um férmion de massa m obedecendo

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

cada uma das suas quatro componentes satisfaz a equação de Klein-Gordon.

3) Mostre que $(\vec{\sigma} \cdot \vec{\mathbf{p}})^2 = |\vec{p}|^2$.

4) Usando as relações de ortogonalidade para os espinores de energia positiva $u^{(s)}$ e de energia negativa $v^{(s)}$:

$$u^{(r)\dagger}\, u^{(s)} = 2E\,\delta_{rs}, \qquad v^{(r)\dagger}\, v^{(s)} = 2E\,\delta_{rs}\ ,$$

mostre que

a)

$$\bar{u}^{(r)}\, u^{(s)} = 2m\,\delta_{rs}, \qquad \bar{v}^{(r)}\, v^{(s)} = 2m\,\delta_{rs}\ ,$$

b) Definindo $\not{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu$

$$u^{(s)}\, \bar{u}^{(s)} = \not{p} + m, \qquad v^{(s)}\, \bar{v}^{(s)} = \not{p} - m\ ,$$

5) O Hamiltoniano de Dirac descrevendo um férmion livre de massa m é dado por

$$\mathcal{H} = i\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \alpha_4\, m$$

Se o operador momento angular orbital é $\vec{L} = \vec{x} \times \vec{p}$, e definimos o operador

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$$

a) Mostre que $[\mathcal{H}, \vec{L}] = -i\vec{\alpha} \times \vec{p}$. O que isto quer dizer em relação ao momento angular orbital $\vec{L}$?

b) Mostre que $[\mathcal{H}, \vec{S}] = i\vec{\alpha} \times \vec{p}$, e que portanto o operador $\vec{J} \equiv \vec{L} + \vec{S}$ está associado a uma grandeza conservada.

6) Usando as propiedades das matrizes γ^μ, mostre que $\not{p}\,\not{p} = p^2$

7) Mostre que para que a equação de Dirac seja invariante sob uma transformação de Lorentz Λ^μ_ν, a transformação do espinor dada por $\psi'(x') = S\psi(x)$ deve satisfazer

$$S\gamma^\mu S^{-1} = \Lambda^\mu_\nu \gamma^\nu$$