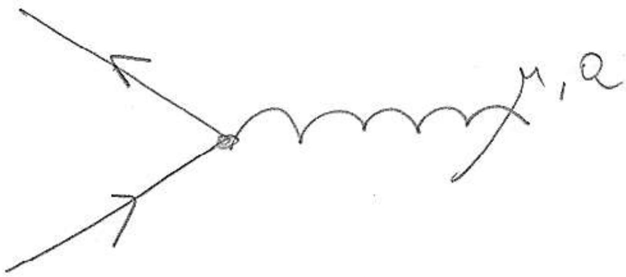
QCD Regras de Feynman

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi + g\bar{q}\gamma^\mu t^a q A^a_\mu$$

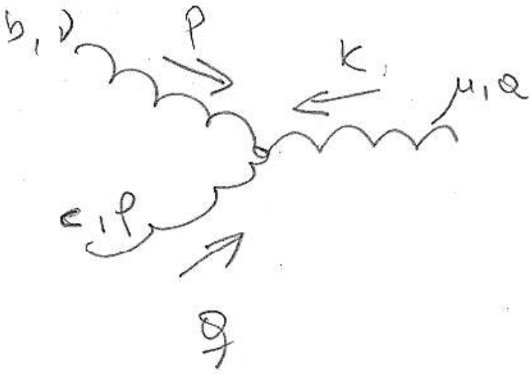
com $t^a = \lambda^a$

Termos de interação

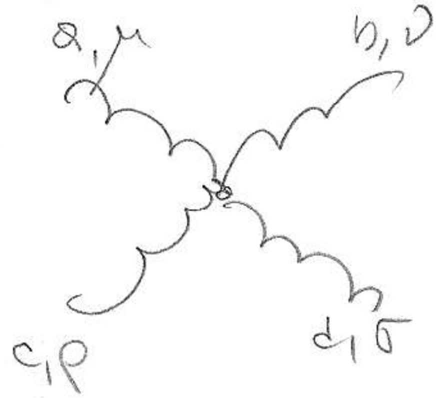


$$ig\gamma^\mu t^a = ig\gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2}$$

$$\frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2}\,\delta^{ab}$$



$$g f^{abc}\left[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho + g^{\nu\rho}(p-q)^\mu + g^{\rho\mu}(q-k)^\nu\right]$$



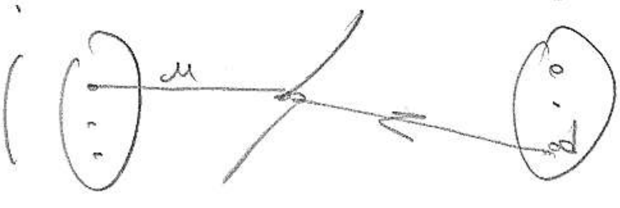
$$= -i g^2 f^{abe} f^{cde} \left(g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} \right)$$

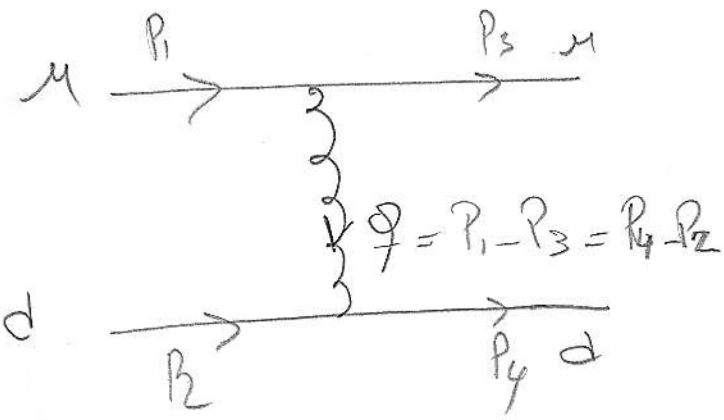
$$+ \text{ 2 termos}$$

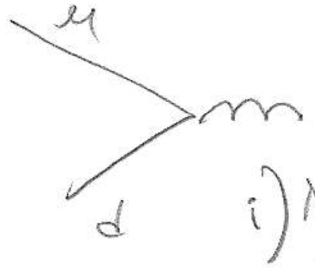
<u>Na interação</u> :

$$\bar{q}_i \gamma^\mu \frac{\lambda^a_{ij}}{2} q_j$$

Amplitudes na QCD:

Eg: $u\,d \to u\,d$ ()



(

não pode

i) Não conserva carga elétrica

ii) sabor!)

corrente dos quarks u:

$$\bar{u}(p_3)\,\gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2}\, u(p_1)$$

corrente dos quarks d:

$$\bar{d}(p_4)\,\gamma^\nu \frac{\lambda^b}{2}\, d(p_2)$$

~~as regras de Feynman~~:

$$\Rightarrow\ i\mathcal{M} = \bar{u}_i(p_3)\, i g \gamma^\mu \frac{\lambda^a_{ij}}{2}\, u_j(p_1)\ \frac{-i g_{\mu\nu}\delta_{ab}}{q^2}$$

$$\times\ \bar{d}(p_4)_k\, i g \gamma^\nu \frac{\lambda^b_{kl}}{2}\, d_l(p_2)$$

$\overline{|\mathcal{M}|^2}$: mesmo que $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$

com mudanças:

- $e \to g$
- e^- e μ^- são spin $\frac{1}{2}$; q's também

$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ para $\overline{|\mathcal{M}|^2}$

mas agora q's tem cor $\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

- ~~Fora~~ isso só os $\frac{\lambda^a}{2}$ são a única diferença

Temos na amplitude

$$t^a_{ij}\, t^b_{kl}\, \delta^{ab} = t^a_{ij}\, t^a_{kl}$$

na $|\mathcal{M}|^2$: temos

$$\left(t^a_{ij}\, t^a_{kl}\right)\left(\left[t^b_{ij}\right]^\dagger \left(t^b_{kl}\right)^\dagger\right)$$

$$= t^a_{ij}\, t^b_{ji}\, t^a_{kl}\, t^b_{lk} = \mathrm{Tr}\left[t^a t^b\right] \mathrm{Tr}\left[t^a t^b\right]$$

5

MAV,

$$\mathrm{Tr}[t^a t^b] = \mathrm{Tr}\left[\frac{\lambda^a}{2}\frac{\lambda^b}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\delta^{ab}$$

$\Rightarrow$ Fator de cor em $|\mathcal{M}|^2$:

$$\mathrm{Tr}[t^a t^b]\,\mathrm{Tr}[t^a t^b] = \frac{1}{2}\delta^{ab}\frac{1}{2}\delta^{ab}$$ onde a's e b's estão somados!

$$\delta^{ab}\delta^{ab} = 8!$$

$$\Rightarrow \quad = \frac{1}{4}\cdot 8 = 2$$

$\Rightarrow$ Fator de cor em $|\overline{\mathcal{M}}|^2$ em relação a $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$ é

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\delta^{ab}\frac{1}{2}\delta^{ab} = \frac{2}{9}!$$

Para $e^-\mu^- \to e^-\mu^-$ tínhamos

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 2e^4 \, \frac{(s^2+u^2)}{t^2}$$

$\Rightarrow$ Para $u d \to u d$ teremos:

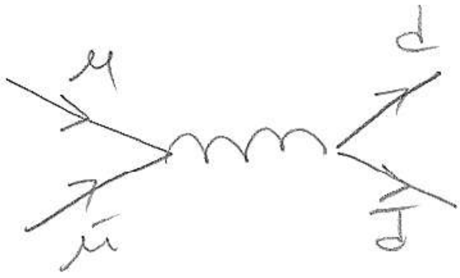
Fator de cor

$$\boxed{|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{2}{9}\right) 2 g^4 \, \frac{(s^2+u^2)}{t^2}} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega}; \text{ etc!}$$

outras amplitudes

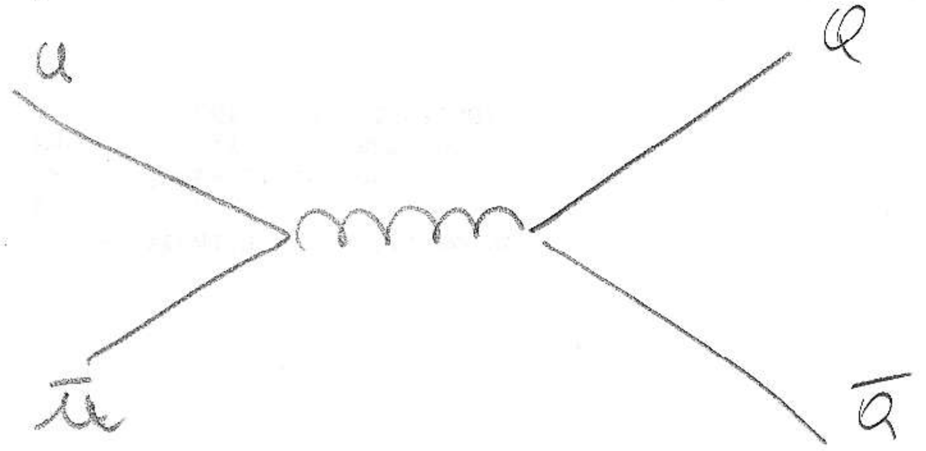
$u \bar{u} \longrightarrow d \bar{d}$ 1 diagrama

$\Rightarrow$



usar $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$!
com menor fator de cor $\frac{2}{9}$!!

Aniquilação de quarks



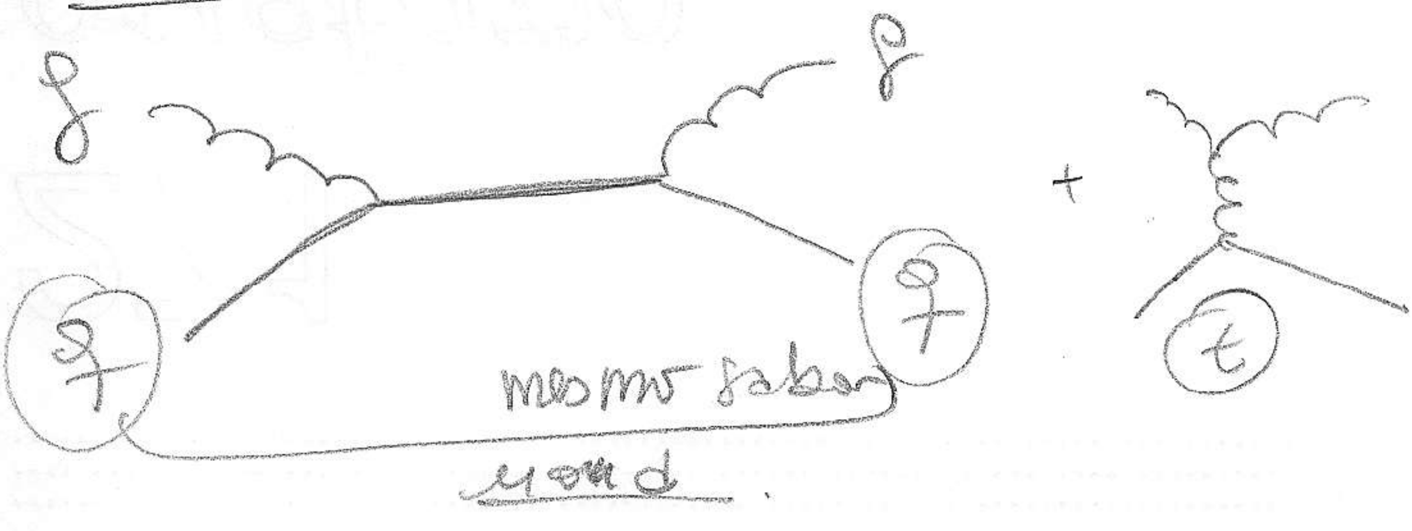
com $m_Q \gg m_u$

Podemos obtê-lo de $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

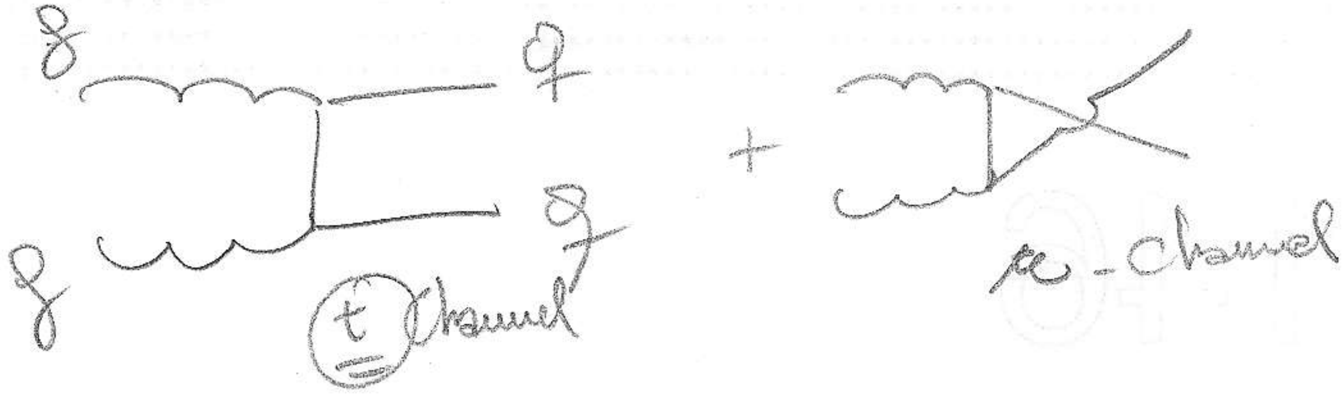
com $\times \left(\frac{2}{9}\right)$

Processos com gluons no estado inicial

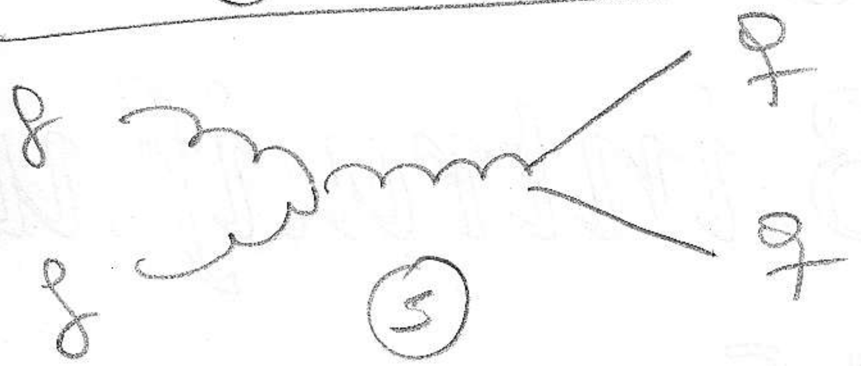
QCD "compton" $g\,u \to g\,u$



Crossing $\quad gg \to q\bar{q}$



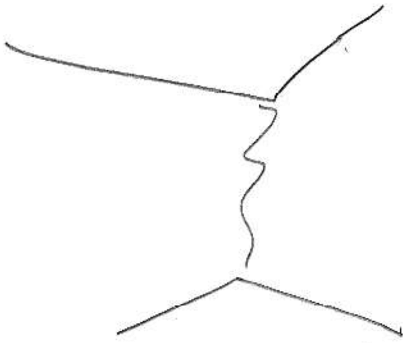
Mas agora tem mais



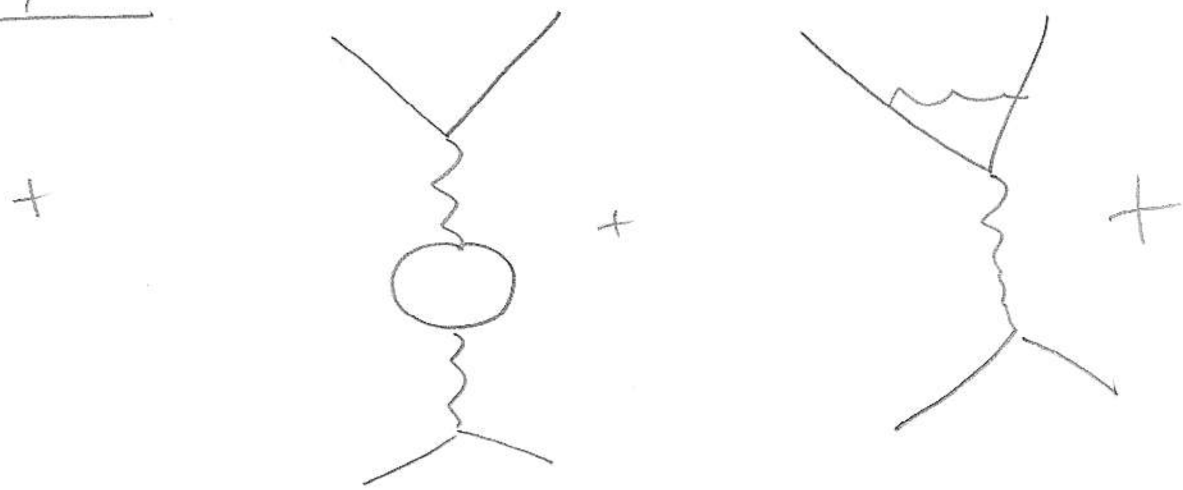
Acoplamentos Variáveis e Liberdade Assintótica (7)

QED

Acoplamento entre duas cargas (ou correntes)



Correções



o diagrama  é uma correção do propagador do fóton.

 é uma correção a o vértice $ie\gamma^\mu$ ⇒

As correções vão a depender do momento q^2

$$e^2 * \# + e^2 \times e^2 \cancel{\#}(q^2) + \ldots$$

$$= e^2 \left(1 + e^2 F(q^2) + \ldots \right)$$

ou em $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \Rightarrow$

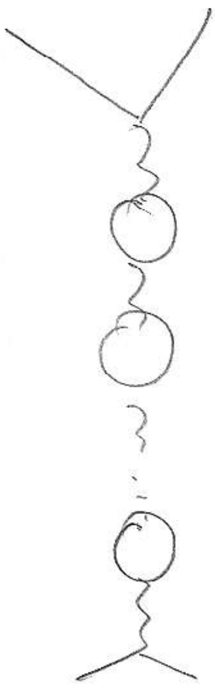
$$\alpha \left(1 + \alpha F(q^2) + \ldots \right) = \alpha(q^2)$$

$\Rightarrow$ o acoplamento EM depende do momento^2 q^2!

É possível calcular isto para momentos grandes em comparação com a massa do em

$$\alpha(q^2) \simeq \underbrace{\alpha(0)}_{\simeq \frac{1}{137}} \left\{ 1 + \frac{\alpha(0)}{3\pi} \ln \frac{|q^2|}{m^2} + \ldots \right\}$$

Mas temos que somar

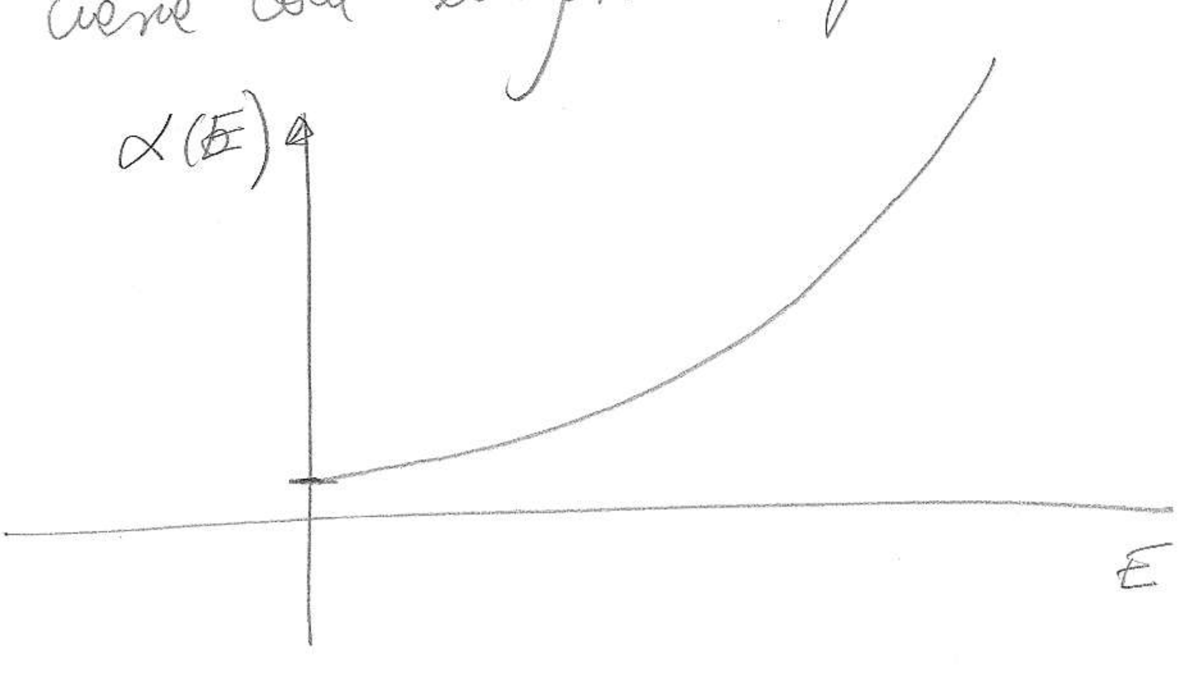


$\Rightarrow$ Série geométrica

$$\Rightarrow \alpha(q^2) = \frac{\alpha(0)}{\left(1 - \frac{\alpha(0)}{3\pi} \ln \frac{|q^2|}{m^2}\right)}$$

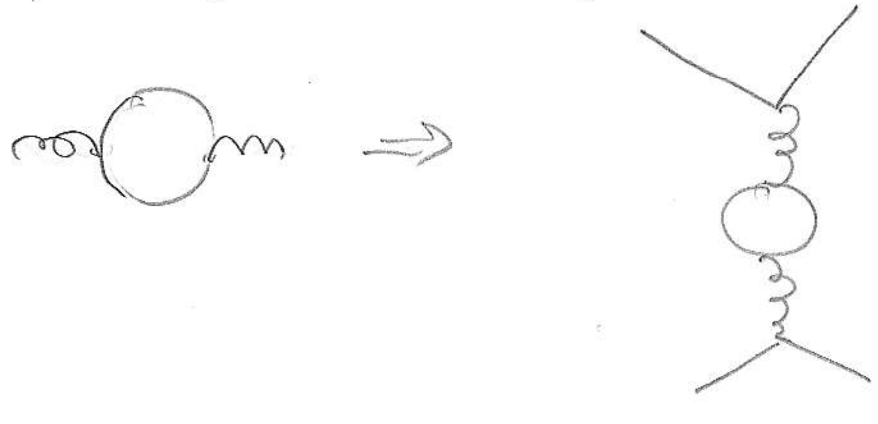
$\Rightarrow$ o acoplamento EM cresce com $|q|^2$

$\Rightarrow$ cresce com energia ~~do~~ processo!

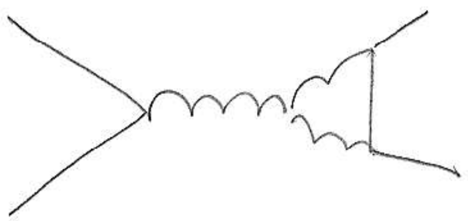


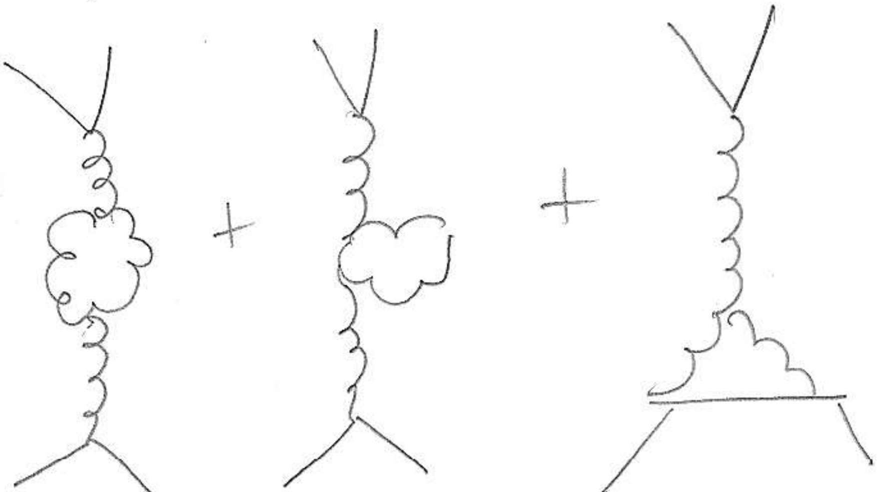
QCD:

O propagador do glúon tem os mesmos correções que o do fóton



Mas também tem contribuições devidas ao fato de o glúon ser auto-interagente.





⇒ Definição

$$\alpha_s \equiv \frac{g^2}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi}\left[11 - \frac{2}{3}n_f\right] \ln \frac{|q^2|}{\mu^2}}}$$

Onde μ^2 é uma escala qualquer de referência

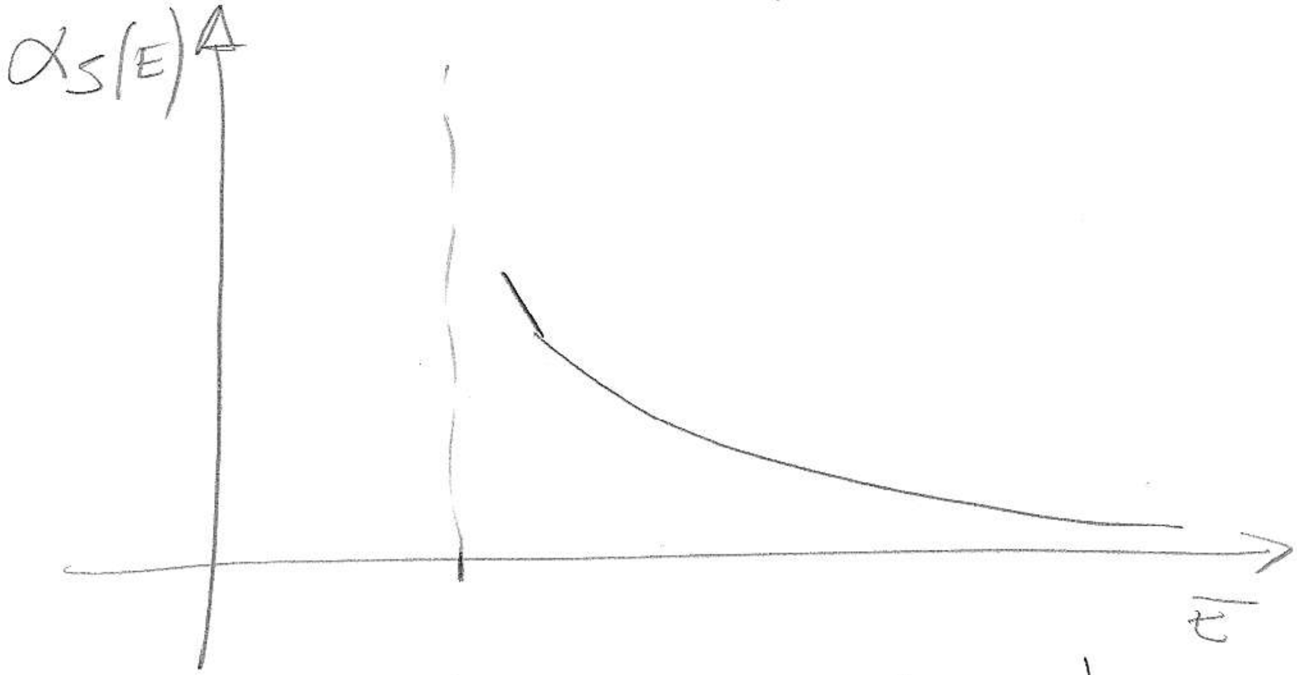
E n_f é o número de sabores fermiônicos que entraram: Ex: $u\ d\ s \Rightarrow n_f = 3$ se $|q^2| < m_c$. Se $|q^2| > m_c, m_b, m_t$

$\Rightarrow \boxed{n_f = 6} \Rightarrow$ é o máximo no MP

⇒

⇒ Dado isto vemos que para quando $|q^2|$ cresce ⇒ $\alpha(q^2)$ cai! (12)

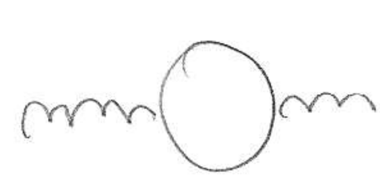
⇒



A teoria é Assintoticamente livre!
i.e para $E \to \infty$ $\alpha_s \to 0$!
Quarks não interagem!

O sinal da "derivada" é
determinado pelo fato dos gluons
interagirem

(11) vem dos  etc

$-\frac{2}{3} n_f$ vem de 

Os gluons ganham na $\underline{QCD}$

Outro jeito de falar: <u>FUNÇÃO β!</u>

$$\beta = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{e}{2\pi} \cdot \beta_{QED} = \frac{\partial \alpha}{\partial \ln \mu} = \frac{\alpha_{(0)}^2}{3\pi} \cdot 2 + \dots$$

$$\boxed{\beta_{QED} = \frac{e^3 \cdot 4}{16\pi^2 \cdot 3} \Rightarrow \beta_{QED} = \frac{e^3}{12\pi^2} + \dots}$$

A derivada é positiva.

<u>Para QCD</u>

$$\boxed{\beta_{QCD} = -\frac{g^3}{16\pi^2}\left(11 - \frac{2}{3} n_f\right)}$$

derivada é negativa

$\Rightarrow$ Acoplamento decresce.

Consequências!

1) A energias altas quarks interagem fracamente!

⇒ A E grandes as interações entre os quarks dentro do próton podem ser pequenas

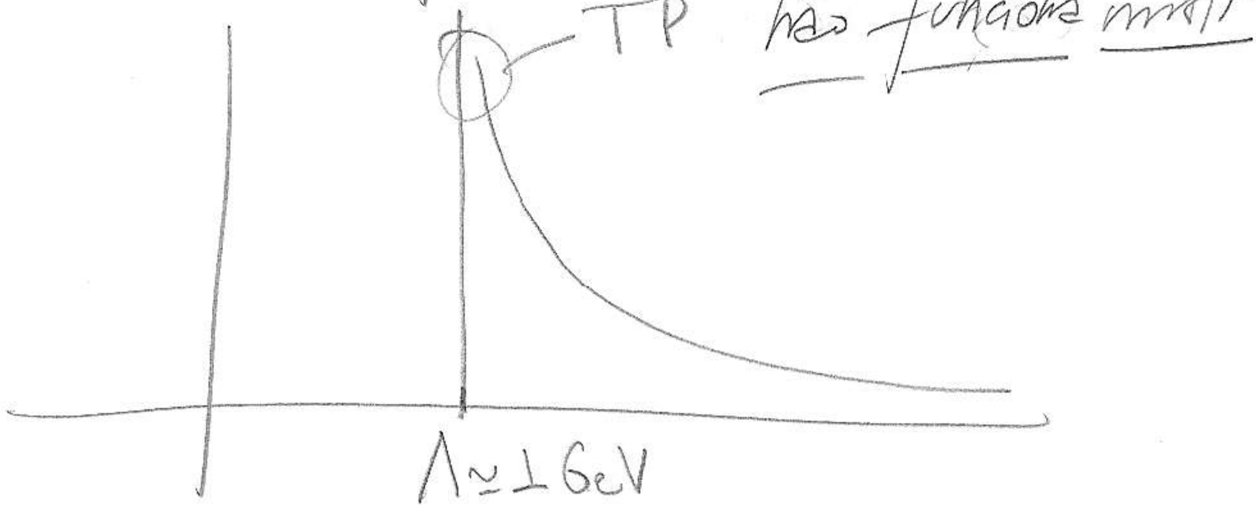
⇒ quem sente são os quarks!

⇒ podemos usar

, etc!

Teoria de perturbação é viável

2) A baixas energias as interações viram muito fortes



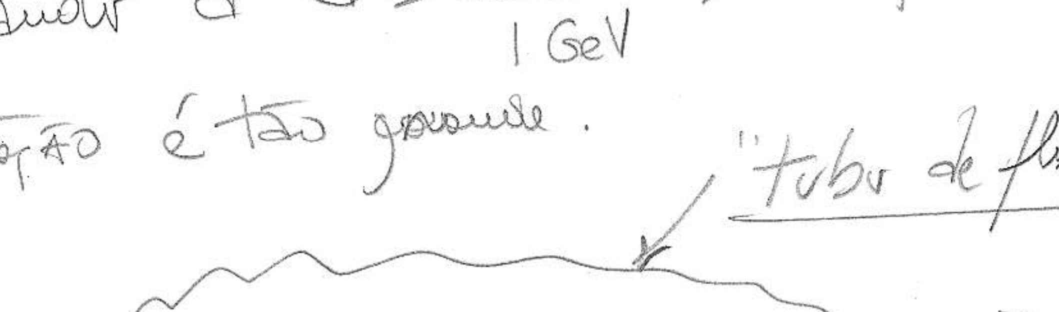
Ex:

A medida que separamos os quarks ($d > \Rightarrow E <$)

$\Rightarrow$ força entre eles cresce

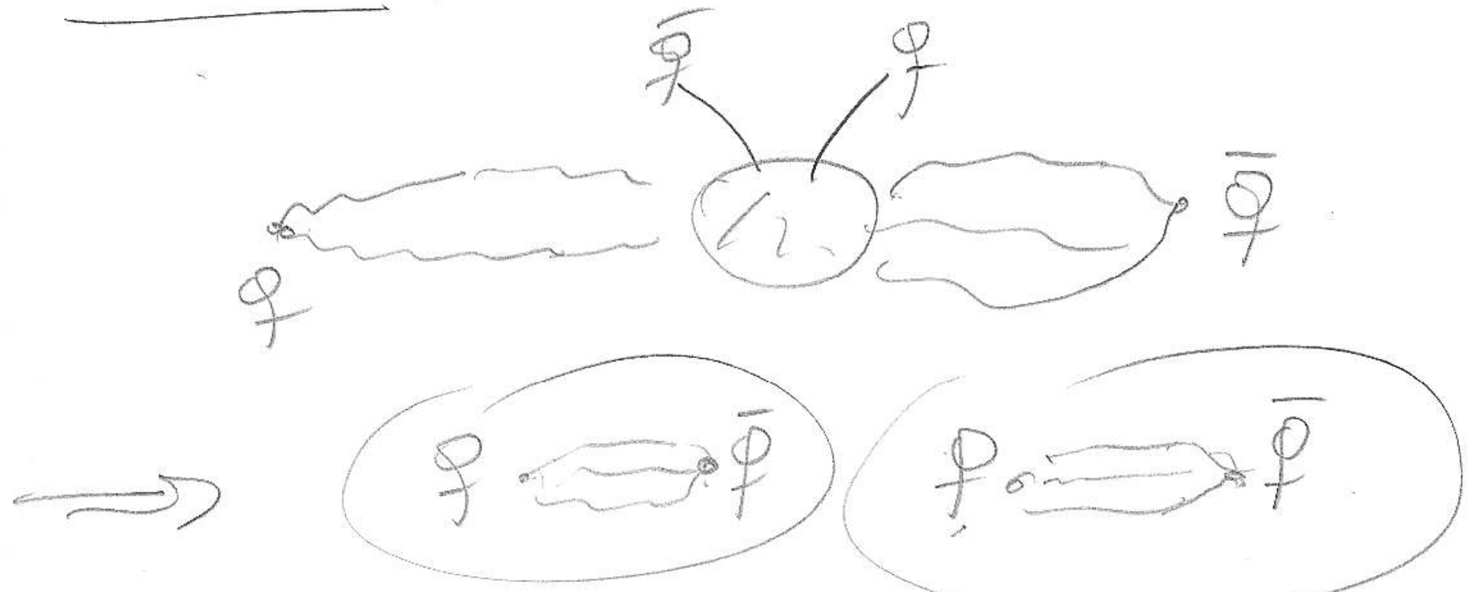
Quando a $d \simeq \frac{1}{1\ \text{GeV}}$ $\Rightarrow$ a força de atração é tão grande.

"tubo de fluxo"



$d \sim \frac{1}{1\ \text{GeV}}$

Energia da configuração pode ser diminuída pela criação de um par $q\bar{q}$. Isto quebra o tubo!



$\Rightarrow$ QUARKS estão confinados dentro de uma região de $\frac{1}{1\,GeV}$ (tamanho de prótons ou hádrons em geral)